



**UNIVERSIDAD DE CUENCA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL**

**“ANÁLISIS Y DISEÑO TRIDIMENSIONAL DE ELEMENTOS PRETENSADOS”**

**TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DE TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

**AUTORES**

DIEGO JAVIER VALVERDE PERALTA

KLEVER ROLANDO ULLAGUARI GUAMAN

**DIRECTOR**

ING. JORGE FERNANDO MOSCOSO FERNÁNDEZ SALVADOR

Cuenca, marzo 2015



## RESUMEN

Este proyecto muestra el análisis estructural de varias secciones de vigas prefabricadas de hormigón pretensado expuestas a esfuerzos de flexión, cortante y torsión. Las secciones de vigas que se analizan son: rectangular, rectangular hueca, Te, I y doble te. En el análisis a flexión se usan cables de pretensado rectos de alta resistencia, a una determinada excentricidad; para el análisis a torsión se usan dos trazados parabólicos con concavidades opuestas y a una separación establecida entre las parábolas, cada parábola contendrá uno o más cables de preesfuerzo necesarios para obtener una fuerza de pretensado aceptable tal que genere un momento torsor resistente. Y para el análisis a cortante se determina las secciones que no requieren acero de refuerzo por corte, de modo que no se requiera acero transversal ni longitudinal. De esta manera el único acero que intervenga en los análisis son los cables de preesfuerzo.

Para el análisis de las diferentes secciones se trabaja en programas de documentación técnica con prestaciones de cálculo numérico y simbólico, PTC Mathcad Prime. Estos análisis de trazado parabólico para torsión o flexión no es común en nuestro medio, por lo que hay que investigar profundamente dichos trazados ya sea en postensado o pretensado, a fin de que torne conveniente y práctico el uso de este método.

## PALABRAS CLAVE

Prefabricado, hormigón pretensado, hormigón postensado, preesfuerzo, armadura pasiva, armadura activa, toron, bancada, camber, deflexión.



## **ABSTRACT**

This project shows the structural analysis of various sections of prefabricated and pre-stressed concrete beams exposed to bending, shear and torsion. The beam sections analyzed are: rectangular, rectangular hollow, T, I, and double T. In the bending analysis, the cables used are straight prestressed of high strength, at a certain eccentricity; In the torsional analysis we use two parabolic paths with opposite concavities and an established separation between the parabolas, each parabola will sustain one or more pre-stressing cables necessary for an acceptable pre-tensioned force such that it will generate a resistant torque. And for the shear analysis we use the sections that do not require reinforcing steel by cutting, so that don't transverse nor longitudinal steel is required. Thus the only steel that is required in the analysis are the pre-stressing cables.

For the analysis of the different sections we work in technical documentation programs with numeric and symbolic computational presentations, PTC Mathcad Prime. These analyzes of parabolic path for torsion or bending are not common in our environment so these paths need to be deeply investigated either in post-tensioned or prestressed, so that the use of this method becomes convenient and practical.

## **KEYWORDS**

Precast prestressed concrete, post-tensioned concrete, prestressed, armor passive, armor actively, toron, benching, camber, deflection



## Contenido

CAPITULO I: INTRODUCCION .....	1
1.1 Introducción y antecedentes.....	1
1.2 Objetivo general .....	1
1.3 Objetivos específicos .....	2
1.4 Justificación.....	2
CAPITULO II: MARCO TEORICO .....	3
2.1 Hormigón pretensado .....	3
2.1.1 Conceptos generales .....	3
2.1.2 Procedimiento de pretensado .....	3
2.1.3 Materiales del hormigón pretensado .....	3
2.1.3.1 Hormigón de pretensado .....	3
2.1.3.1.1 Propiedades del hormigón pretensado .....	4
2.1.3.2 Acero de pretensado.....	5
2.1.3.2.1 Propiedades del acero de pretensado .....	7
2.2 Pérdidas en el hormigón pretensado.....	9
2.2.1 Generalidades.....	9
2.2.2 Procedimiento para calcular las pérdidas .....	10
2.2.2.1 Acortamiento elástico instantáneo del hormigón .....	10
2.2.2.2 Retracción del hormigón .....	12
2.2.2.3 Fluencia plástica del hormigón .....	13
2.2.2.4 Corrimiento y ajuste de cuñas .....	13
2.2.2.5 Relajación del acero .....	14
2.2.2.6 Recomendaciones para reducir las pérdidas .....	15
2.3 Cargas.....	15
2.3.1 Generalidades.....	15
2.3.2 Cargas muertas.....	16
2.3.3 Cargas vivas .....	16
2.3.4 Cargas ambientales .....	17
2.4 Análisis a flexión.....	17
2.4.1 Generalidades.....	17
2.5 Análisis a cortante .....	20
2.5.1 Conceptos generales .....	20





2.6 Análisis a torsión .....	22
2.6.1 Conceptos generales .....	22
2.7 Deflexiones .....	24
2.7.1 Conceptos generales .....	24
CAPITULO III: METODOLOGIA .....	27
3.1: Consideraciones .....	27
3.2: Diseño a flexión .....	28
3.3: Diseño a cortante .....	39
3.4: Diseño a torsión .....	45
3.4.1 Deducción de trazado parabólico y fuerza de pretensado P .....	49
3.4.1.1 Parábolas completas: .....	49
3.4.1.2 Medias parábolas: .....	52
3.5 Determinación de deflexiones .....	61
3.5.1 Método de los multiplicadores para estimar deflexiones a largo plazo: .....	61
CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	69
CAPITULO V: CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y ESTUDIOS FUTUROS .....	71
5.1 Conclusiones .....	71
5.2 Estudios futuros .....	72
BIBLIOGRAFÍA .....	73
ANEXOS .....	74

## Índice de gráficos

Ilustración 1: Curva esfuerzo deformación de los aceros usado en hormigón armado y pretensado .....	6
Ilustración 2: Cable toron estándar de 7 hilos para pretensar .....	7
Ilustración 3: Comportamiento gráfico de las pérdidas por relajación .....	8
Ilustración 4: Longitud de adherencia .....	8
Ilustración 5: Longitud de desarrollo para cables de pretensar según el ACI .....	9
Ilustración 6: Acortamiento Elástico del hormigón debido a la fuerza de pretensar $P_i$ .....	11
Ilustración 7: Pérdidas por corrimiento y ajuste de cuñas, con relación a la longitud de la cama de pretensado .....	14
Ilustración 8: Figuras por flexión .....	20
Ilustración 9: Fisuras por cortante .....	20
Ilustración 10: Fisuras por cortante y flexión .....	20
Ilustración 11: Distribución de los esfuerzos cortantes en una sección rectangular .....	21



Ilustración 12: a) Torsión primaria de equilibrio en losa de voladizo, b) Torsión secundaria o de compatibilidad en una viga de borde .....	22
Ilustración 13: Esfuerzos producidos por Torsión .....	23
Ilustración 14: Comportamiento de tubo de pared delgada bajo torsión .....	23
Ilustración 15: Contraflecha inicial o Camber en una viga pretensada .....	25
Ilustración 16: Elemento bajo flexión con acero adicional de tracción .....	29
Ilustración 17: Elemento bajo flexión con acero adicional en tracción y compresión .....	30
Ilustración 18: Deformaciones unitarias para falla por tracción .....	31
Ilustración 19: Sección transversal efectiva para corte .....	39
Ilustración 20: Perspectiva de la viga y los esfuerzos generados debido a una fuerza excéntrica .....	45
Ilustración 21: Perspectiva del trazado parabólico con medias parábolas y parábolas enteras, donde P es la fuerza de pretensado de los cables .....	45
Ilustración 22: Fuerzas equivalentes de pretensado .....	46
Ilustración 23: Fuerzas equivalentes de pretensado proyectadas en x,y referidas al centro de gravedad de la sección .....	46
Ilustración 24: Fuerzas de pretensados actuantes en una rebanada .....	47
Ilustración 25: Planteamiento del trazado para realizar el análisis con parábolas completas .....	49
Ilustración 26: Elemento diferencial de viga y sus esfuerzos actuantes .....	50
Ilustración 27: Planteamiento del trazado para realizar el análisis con medias parábolas .....	522
Ilustración 28: Ejemplo de aplicación .....	69
Ilustración 29: Cables de acero y sus elementos .....	71

## Índice de tablas

Tabla 1: Tipos de cables .....	7
Tabla 2: Pérdidas por pretensado .....	10
Tabla 3: Tolerancias entre el camber de diseño y el medido según el PCI .....	25
Tabla 4: Tolerancias del camber diferencial entre dos elementos según el PCI .....	26
Tabla 5: Deflexiones máximas permitidas por el ACI .....	26
Tabla 6: Formulas para obtener el “camber” .....	61
Tabla 7: Multiplicadores dados por el ACI para el Camber y deflexiones a largo plazo .....	62
Tabla 8: Esfuerzos últimos resultantes para el ejemplo planteado .....	69
Tabla 9: Resumen de resultados obtenidos en el análisis de las 5 secciones .....	70

## Simbología

$A_c$ : Área de la sección de hormigón  
 $A_{cp}$ : Área de la sección transversal de hormigón para torsión  
 $A_0$ : Área de flujo de corte  
 $A_p$ : Área del acero de preesfuerzo  
 $A_s$ : Área de acero de armadura pasiva



$A'_s$ : Área de acero a compresión  
 $A_v$ : Área de refuerzo por cortante, si es estribo cerrado de 2 ramas será el área de la suma de las 2 ramas.  
 $A_{vmin}$ : Área de refuerzo mínimo por cortante  
 $a$ : Altura de bloque equivalente de esfuerzos a compresión  
 $b$ : Dimensión de base de una sección  
 $b'$ : Recubrimiento lateral de cables para torsión  
 $b_w$ : Ancho del alma para cortante  
 $C_t$ : Coeficiente de deformación plástica  
 $C_u$ : Relación entre las deformaciones unitarias por flujo plástico y por la elástica instantánea  
 $c$ : distancia en general, usualmente distancia desde el eje neutro a la fibra extrema  
 $c_t$ : Distancia desde la L.N. hasta la fibra extrema superior  
 $c_b$ : Distancia desde la L.N. hasta la fibra extrema inferior  
 $d$ : Distancia de la fibra extrema hasta el centroide del acero a tracción  
 $d_p$ : Distancia desde la fibra extrema en compresión al centroide del acero de preesfuerzo  
 $E_c$ : Módulo de elasticidad del hormigón  
 $E_{ci}$ : Módulo de elasticidad inicial del hormigón  
 $d'$ : Distancia del centroide del acero de compresión a la fibra extrema en compresión  
  
 $d_b$ : Diámetro nominal del toron en cm  
 $dA$ : Elemento diferencial de Área  
 $E_p$ : Módulo de elasticidad del acero de preesfuerzo  
 $e$ : Excentricidad del centroide de los cables de pretensar, respecto a la línea neutra la sección (LN)  
 $e_x$ : Brazo de palanca del momento Torsor actuante  
 $f_b$ : Esfuerzo en la fibra inferior  
 $f'_{ci}$ : Esfuerzo de compresión inicial del hormigón  
 $f_{cp}$ : Esfuerzo de compresión en el hormigón a la altura de la excentricidad  $e$  del cable  
 $f_{pi}$ : Esfuerzo inicial en el cable de pretensado  
 $f_{ps}$ : Esfuerzo nominal en flexión  
 $f_{pu}$ : Resistencia ultima del acero de preesfuerzo  
 $f_{py}$ : Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo  
 $f_r$ : Módulo de ruptura del hormigón, tracción a flexión pura  
 $f_{se}$ : Esfuerzo efectivo luego de las perdidas en kg/cm<sup>2</sup>  
 $f^t$ : Esfuerzo en la fibra superior  
 $f_{yt}$ : Esfuerzo de fluencia del refuerzo por cortante  
HR : humedad relativa  
 $h$ : Altura de la sección  
 $h'$ : Recubrimiento superior e inferior de cables para torsión  
 $I$ : Momento de Inercia de la sección  
 $I_c$ : Momento de inercia de la sección de hormigón  
 $L$ : Longitud del cable de bancada a bancada  
 $L_d$ : Longitud de desarrollo en cm  
 $M_{cr}$ : Momento flector de fisuración  
 $M_D$ : Momento flector por peso propio



$M_e$ : Momento estático de la sección sobre la altura  $y_1$ , hasta la fibra extrema respecto al E.N.

$M_{tu}$ : Momento Torsor actuante ultimo

$M_{tn}$ : Momento Torsor resistente nominal

$M_u$ : Momento flector ultimo

$n$ : Relación entre módulos de elasticidad del acero y hormigón

$n_i$ : Relación entre módulos de elasticidad inicial del acero y hormigón

$P_i$ : Fuerza de tensado inicial

$r$ : Radio de giro de la sección

$S$ : Superficie

$s$ : Espaciamiento del acero transversal por cortante

$S^t$ : Módulo resistente de la sección, con respecto a la fibra superior

$S_b$ : Módulo resistente de la sección, con respecto a la fibra inferior

$t$ : tiempo en general

$V$ : Fuerza Cortante

$V_u$ : Fuerza Cortante que actúa en la sección

$V_c$ : Resistencia nominal a cortante de una sección de hormigón

$V_n$ : Resistencia nominal a cortante de una sección

$V_s$ : Resistencia nominal a corte de una sección debida al refuerzo de cortante

$V_{max}$ : Esfuerzo cortante máximo

$w$ : carga uniformemente repartida

$w_D$ : Carga por peso propio

$w_c$ : Densidad del hormigón

$x_0, y_0$ : Ancho y alto donde fluye el corte de flujo

$w_L$ : Carga viva uniformemente repartida

$\gamma_c$ : Peso específico del hormigón

$\beta_1$ : Factor que depende de la resistencia del hormigón

$\delta$ : Elongación o deformación total, contraflecha o camber

$\epsilon$ : Deformación unitaria en general

$\epsilon_p$ : Deformación unitaria del acero de preesfuerzo

$\epsilon_t$ : Deformación unitaria máxima de la fibra superior

$\Delta$ : Flecha o contraflecha de un elemento

$\Delta f_{pt}$ : Pérdida total en los torones expresada en kg/cm<sup>2</sup>

$\Delta f_{pa}$ : Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas

$\Delta f_R$ : Pérdida por relajación del acero de preesfuerzo

$\Delta f_{pe}$ : Pérdida por el acortamiento elástico instantáneo del hormigón

$\Delta f_{cr}$ : Pérdida por retracción del hormigón

$\Delta f_{cf}$ : Pérdida por fluencia plástica del hormigón

$\lambda$ : Factor debido a las propiedades mecánicas del hormigón

$\lambda_p$ : Factor que depende de las propiedades del acero de preesfuerzo

$\rho$ : Cuantía de acero pasivo

$\rho_p$ : Cuantía de acero de preesfuerzo

$\phi$ : Factor de reducción de resistencia

$u$ : Corrimiento de cuñas

$\omega$ : Índice de refuerzo a tracción

$\omega'$ : Índice de refuerzo a compresión

$\omega_p$ : Índice de acero de preesfuerzo



Universidad de Cuenca



UNIVERSIDAD DE CUENCA  
Fundada en 1867

Yo, Klever Rolando Ullaguari Guamán, autor de la tesis "ANÁLISIS Y DISEÑO TRIDIMENSIONAL DE ELEMENTOS PRETENSADOS", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de INGENIERO CIVIL. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 04 de Marzo del 2015

Klever Rolando Ullaguari Guamán

CI: 0104995758

---

Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999  
Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316  
e-mail cdjbv@ucuenca.edu.ec casilla No. 1103  
Cuenca - Ecuador



Universidad de Cuenca



UNIVERSIDAD DE CUENCA  
Fundada en 1867

Yo, Diego Javier Valverde Peralta, autora de la tesis "ANÁLISIS Y DISEÑO TRIDIMENSIONAL DE ELEMENTOS PRETENSADOS", reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de INGENIERO CIVIL. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 04 de Marzo del 2015

Diego Javier Valverde Peralta

CI: 1400480677

---

*Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999*

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316

e-mail [cdjbv@ucuenca.edu.ec](mailto:cdjbv@ucuenca.edu.ec) casilla No. 1103

Cuenca - Ecuador



Universidad de Cuenca



UNIVERSIDAD DE CUENCA  
Fundada en 1867

Yo, Klever Rolando Ullaguari Guamán, autor de la tesis "ANÁLISIS Y DISEÑO TRIDIMENSIONAL DE ELEMENTOS PRETENSADOS", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de mi exclusiva responsabilidad.

Cuenca, 04 de Marzo del 2015

Klever Rolando Ullaguari Guamán

CI: 0104995758

---

*Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999*

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316

e-mail [cdjbv@ucuenca.edu.ec](mailto:cdjbv@ucuenca.edu.ec) casilla No. 1103

Cuenca - Ecuador





Universidad de Cuenca



UNIVERSIDAD DE CUENCA

Fundada en 1867

Yo, Diego Javier Valverde Peralta, autora de la tesis "ANÁLISIS Y DISEÑO TRIDIMENSIONAL DE ELEMENTOS PRETENSADOS", certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de mi exclusiva responsabilidad.

Cuenca, 04 de Marzo del 2015

Diego Javier Valverde Peralta

CI: 1400480677

---

*Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999*

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316

e-mail [cdjbv@ucuenca.edu.ec](mailto:cdjbv@ucuenca.edu.ec) casilla No. 1103

Cuenca - Ecuador





## **DEDICATORIAS**

Este proyecto dedico a mis padres Nancy Peralta y Tarquino Valverde y familia que apoyaron para hacer posible seguir y culminar esta carrera, siendo un ejemplo de superación y esfuerzo, inculcando principios y valores que me permitieron finalizar una de mis metas.

Diego.

Este proyecto dedico a mis padres Jorge Ullaguari y Beatriz Guamán y demás familiares y amigos compañeros cercanos, que apoyaron para hacer posible seguir y culminar esta carrera, siendo un ejemplo de superación y esfuerzo, inculcando principios y valores que me permitieron finalizar una de mis metas.

Klever.

## **AGRADECIMIENTOS**

Nuestro agradecimiento por el apoyo incondicional y comprensión de nuestras familias durante el transcurso de toda la carrera. Y a nuestros compañeros que acompañaron en el camino hacia esta meta.

A nuestros profesores y docentes de la Universidad de Cuenca, quienes supieron enseñar y formarnos académicamente. Y principalmente un cordial agradecimiento a nuestro director de tesis al Ing. Jorge Fernando Moscoso Fernández Salvador por su apoyo y compartir sus conocimientos durante el proyecto.



## CAPITULO I: INTRODUCCION

### 1.1 Introducción y antecedentes

En la actualidad, la expansión urbana y el desarrollo de las ciudades van innovando sus sistemas constructivos permitiendo así la integración de nuevos métodos, como el uso de elementos prefabricados sometidos a preesfuerzo. La inclusión de este sistema constructivo permite obtener estructuras más económicas y livianas, de forma más práctica que realizarlas con los métodos tradicionales.

Los elementos pretensados se elaboran con hormigón de alta resistencia, donde la mínima es de  $300 \text{ kg/cm}^2$ . Y acero de baja relajación grado 250ksi con resistencia última de  $17600 \text{ kg/cm}^2$  o grado 270ksi con resistencia última de  $19000 \text{ kg/cm}^2$ ; estas características de los materiales permitirán obtener buenos resultados en las secciones secciones y reducir pérdidas.

Los elementos de hormigón pretensado son un conjunto de cables, torones de 6 o 7 hilos, que se tensan en un banco de pretensado o en un molde, se mantienen tensadas mientras tienen un trazado adecuado, posteriormente se coloca el hormigón de alta resistencia para formar la pieza; cuando el hormigón adquiere suficiente resistencia se corta o cesa el tensado de los cables, así el hormigón queda comprimido y los cables tensados dando al elemento la resistencia requerida para su propósito. La fuerza de tensión de los cables es transmitida al hormigón por adherencia.

La idea de pretensado fue aplicado ya hace mucho tiempo, cuando en los barriles de madera se usaban cintas o bandas metálicas, las cintas metálicas se tensan y comprimen las duelas de madera, esto permite resistir la presión de líquido en su interior. La primera aplicación estructural de este método fue en 1886, cuando el ingeniero PH. Jackson de San Francisco, California, obtuvo las patentes para realizar losas de piso con piedras artificiales y arcos de hormigón unidos mediante varillas de acero roscadas.

A lo largo del tiempo se han hecho varios intentos para disminuir el agrietamiento en hormigón bajo tracción, fue así que en 1928 el ingeniero francés Eugene Freyssinet desarrollo el método moderno de hormigón pretensado, pues empezó usando alambres de acero de alta resistencia de  $18000 \text{ kg/cm}^2$ .

### 1.2 Objetivo general

Realizar un análisis estructural de algunas secciones para vigas en hormigón pretensado, la cual resistirá esfuerzos de flexión, cortante y torsión. Se procederá a realizar programas que determinen el trazado correcto del acero



de preesfuerzo que será colocado para resistir dichos esfuerzos y el cálculo de la cantidad requerida.

### 1.3 Objetivos específicos

- Determinar ecuaciones de trazado parabólico, que consistirán en dos parábolas opuestas a lo largo de la viga para soportar los esfuerzos de torsión aplicados.
- Utilizar trazado lineal para el análisis de los esfuerzos de flexión
- Establecer cuál es la sección más adecuada de acuerdo a los esfuerzos actuantes de flexión, cortante y torsión.
- Recomendar parámetros para el análisis y construcción para reducir al mínimo las pérdidas en la viga pretensada.

### 1.4 Justificación

Dada la creciente aplicación de este sistema constructivo y aplicación a esfuerzos no solo bidireccionales si no espaciales, se ve la necesidad de recurrir a nuevos análisis, que permita obtener trazados que resistan los esfuerzos aplicados a esas secciones.

El hormigón pretensado permite reducir las deflexiones y las grietas e incluso eliminarlas, no así el hormigón armado común. Esta característica del hormigón pretensado impide la corrosión del acero y secciones más esbeltas.

La inclusión de cargas excéntricas longitudinalmente a la viga, produce esfuerzos de flexión, cortante y torsión; los análisis existentes de flexión y de cortante tienen un grado de resistencia a torsión, pero en ciertos casos las cargas aplicadas en la estructura produce esfuerzos de torsión que exceden resistencia de las vigas. En el caso de que las vigas tengan insuficiente resistencia a torsión se debe realizar un análisis a torsión en el cual se debe modificar el trazado del cable pretensado, y si es necesario aumentar el área de refuerzo requerida.

Para el refuerzo a flexión se usara torones de trazado recto. Y para la resistencia a torsión será necesario el uso de dos cables parabólicos tensados, para generar el par torsor.

Para el análisis y cálculo de las secciones se usaran programas de documentación técnica como el MathCad Prime 3.0



## **CAPITULO II: MARCO TEORICO**

### **2.1 Hormigón pretensado**

#### **2.1.1 Conceptos generales**

El término “pretensado” se refiere a elementos estructurales con cables que se tensan antes de verter el hormigón en los encofrados, luego de que el hormigón adquiere la resistencia necesaria, se cortan los cables introduciendo una fuerza de compresión en los elementos de hormigón, esa fuerza se transfiere al hormigón exclusivamente por adherencia, no así en el caso de los postensados donde se deja ductos para pasar los cables y luego la fuerza se transfiere mediante anclajes mecánicos colocados en los extremos. Después de haber tensado los cables normalmente se coloca una lechada de cemento conocida como “grouting”, con el objetivo de proporcionar adherencia entre los cables y el hormigón e inclusive para prevenir la corrosión, aunque también se puede optar por controlar la corrosión mediante pinturas epóxicas, por ello hay que verificar el tensado de los cables mediante otros métodos que incluso se han desarrollado para realizar re-tensados de los cables.

#### **2.1.2 Procedimiento de pretensado**

La elaboración de las piezas de hormigón pretensado comienza con la construcción de la losa o cama de pretensado, que es donde se realizara la fundición de las piezas.

Se colocan cables con un determinado trazado, entendiendo como trazado la trayectoria que debe seguir el/los cables a lo largo de la viga, para lo cual, se requieren gatos o un sistema hidráulico para tensarlos. Estos gatos pueden estar apoyados en moldes autosoportantes o en bancadas. Los moldes a construir si son autosoportantes, deben ser diseñados para soportar la compresión ejercida por los gatos durante el tensado de los cables, hasta que el hormigón adquiera la resistencia adecuada.

Una vez colocado en el molde el hormigón de alta resistencia, se tendrá cuidado durante el fraguado, de modo que el hormigón logre obtener su resistencia necesaria.

#### **2.1.3 Materiales del hormigón pretensado**

##### **2.1.3.1 Hormigón de pretensado**

Como ha sido desde siempre, el hormigón adquiere su resistencia a través de las transformaciones químicas que se producen cuando se hidrata el cemento, de modo que el curado es un aspecto de gran importancia durante el fraguado; así como también la temperatura, puesto que cuando ésta se incrementa las transformaciones químicas se aceleran, siendo esta una razón por la cual muchas de las veces en fábrica se realizan curados con vapor de agua, lo que



permite obtener aceptables resistencias a temprana edad; la relación agua-cemento es también un factor influyente puesto que a menor relación mayor resistencia, pero esto puede afectar la trabajabilidad, una relación del 35% en peso es la mínima para obtener un hormigón de calidad aceptable, así pues, los hormigones utilizados en preesforzados, tienen una resistencia mínima de  $300 \text{ kg/cm}^2$ .

En la actualidad no es difícil alcanzar capacidades mayores a  $300 \text{ kg/cm}^2$ , ya que el hormigón se elabora en un ambiente controlado; existen aditivos que facilitan sobrepasar estas capacidades como plastificantes o superplastificantes, los cuales permiten tener una baja relación agua-cemento y asentamientos entre 10-15cm, donde el tamaño máximo del agregado esta entre  $\frac{3}{4}$ "(19mm) y  $\frac{3}{8}$ "(9.5mm), obviamente éstos deberán ser bien graduados, estar limpios y libres de materia orgánica.

#### 2.1.3.1.1 Propiedades del hormigón pretensado

##### Resistencia a la compresión: $f'_c$

Es la resistencia obtenida de la prueba de compresión uniaxial estandarizada, con probetas de 30cm de alto y 15cm de diámetro, rotas en laboratorio a los 28 días.

##### Resistencia a la tracción:

Es un poco más complicada y se la obtiene en laboratorio mediante el ensayo brasileño, midiendo la tracción en flexión pura para obtener el modulo ruptura del hormigón  $f_r$ , con probetas cuadradas de 15cm de lado y una luz de 45.7cm, cargándolas en los tercios centrales para obtener una tramo de momento constante.

##### Resistencia al corte:

Realizarlo es aún un poco más complicado que los anteriores, ya que es difícil hacer ensayos de corte puro sin que haya presencia de otro tipo de esfuerzos; para el caso de elementos no preesforzados, el ACI especifica un valor de cortante dado por  $0.53\sqrt{f'_c}$  en  $\text{kg/cm}^2$ , para elementos sometidos únicamente a cortante y flexión. En el caso de elementos preesforzados que tienen una fuerza activa mínima del 40% de la resistencia a la tracción del refuerzo de flexión, se puede tomar el valor dado por  $0.16\sqrt{f'_c} + 49 \frac{V_u * d_p}{M_u}$ , donde  $V_u$ : es la fuerza cortante mayorada,  $d_p$ : distancia desde la fibra extrema en compresión al centroide del acero preesforzado,  $M_u$ : momento mayorado de la sección. Este valor debe ser mayor a  $0.53\sqrt{f'_c}$  y menor que  $1.33\sqrt{f'_c}$ , además de otras consideraciones adicionales que se deberán revisar en el ACI. Como se puede observar el pretensado aumenta la resistencia al corte. En la práctica no se encuentra elementos sometidos a corte puro, ya que siempre están asociados con flexión, compresión y torsión.



### Rigidez:

La rigidez es la capacidad que tiene el cuerpo para resistir deformaciones producidas por la acción de fuerzas externas, de manera general se puede expresar como una relación entre la fuerza y la deformación. Para el hormigón se utiliza el módulo de elasticidad  $E_c$ , entendido como rigidez del material, ya que es un parámetro de mucha importancia en los cálculos. Según el ACI el módulo de Elasticidad se puede tomar como  $E_c = W_c^{1.5} * 0.14\sqrt{f'_c}$  en  $\text{kg/cm}^2$ , donde  $W_c$ : es la densidad del hormigón en  $\text{kg/m}^3$ , la cual está entre 1440 y 2480  $\text{kg/m}^3$ , pero para hormigones de densidad normal  $E_c$  se puede tomar como  $15.100\sqrt{f'_c}$ .

### Retracción o contracción del hormigón:

Esta contracción se produce principalmente por el secado y por cambios químicos que dependen de la humedad y del tiempo, y son independientes a los esfuerzos a los que esté sometido el hormigón, esto sucede durante el endurecimiento. Tiene una relación directa con la cantidad de agua utilizada en la mezcla, por esta razón es recomendable reducir a lo mínimo posible la relación agua-cemento. Para reducir la retracción se usan áridos bien graduados, con lo que se logra reducir la pasta de cemento que rellenan los espacios vacíos de los áridos. Su valor no es fácilmente calculable, para el concreto pretensado algunos autores indican que se puede utilizar valores promedio de la deformación unitaria que van de: 0.0002 hasta 0.0004.

### Fluencia lenta o deformación plástica del hormigón:

Este fenómeno es independiente del tiempo que transcurre, y ocurre debido a la presencia de un esfuerzo permanente. Cuando se somete a una fuerza de pretensado a un elemento, se producen 2 tipos de deformaciones: la que se produce de forma inmediata o inicial, llamada deformación elástica, y la deformación que continua sucediendo con el tiempo, la cual se conoce como fluencia lenta o deformación plástica. La forma más usada para calcular esta deformación plástica en laboratorio, se realiza midiendo la deformación total y luego se resta la deformación elástica instantánea y la deformación por retracción.

#### 2.1.3.2 Acero de pretensado

En el hormigón de preesfuerzo se pueden colocar armaduras activas con o sin armaduras pasivas. Las armaduras activas son a las que se les aplica preesfuerzo, y las pasivas son las armaduras de refuerzo normal, las cuales contribuyen a la resistencia a flexión y da facilidad constructiva para la armadura de cortante en caso de que esta sea necesaria.

Las primeras prácticas de concreto preesforzado no daban buenos resultados, debido a que el acero usado era de resistencia normal ( $2400\text{kg/cm}^2$ ); el bajo preesfuerzo obtenido al tensar estos aceros se perdía casi totalmente con la



retracción de fraguado y flujo plástico del hormigón. Debido a esto, con el avance de la tecnología se han desarrollado aceros de muy alta resistencia, en las que la elongación es mucho mayor a la del acero común, donde a pesar de que las pérdidas siempre existen, se mantiene una fuerza de preesfuerzo suficientemente tolerable (ver Ilustración 1).

El acero de alta resistencia puede encontrarse en cables, alambres o barras. Para el hormigón de pretensado, el más usado es el cable de 7 hilos, llamado “toron”, los mismos que deben cumplir con la norma ASTM A416. En la actualidad se usa prácticamente solo el cable de baja relajación, que normalmente es de grado 270ksi (kilo libras por pulgada cuadrada), y equivale a un esfuerzo mínimo de rotura  $f_{pu} = 19000 \text{ kg/cm}^2$ ; a pesar que todavía existen los de grado 250ksi con un esfuerzo mínimo de rotura de  $f_{pu} = 17600 \text{ kg/cm}^2$ . El esfuerzo mínimo de fluencia ( $f_{py}$ ) con una elongación del 1% es de  $17120 \text{ kg/cm}^2$  para el grado de 270ksi, y de  $15850 \text{ kg/cm}^2$  para el de grado 250ksi. Según la norma ASTM A416. El módulo de elasticidad varía cada cable y debe ser proporcionado por el fabricante.

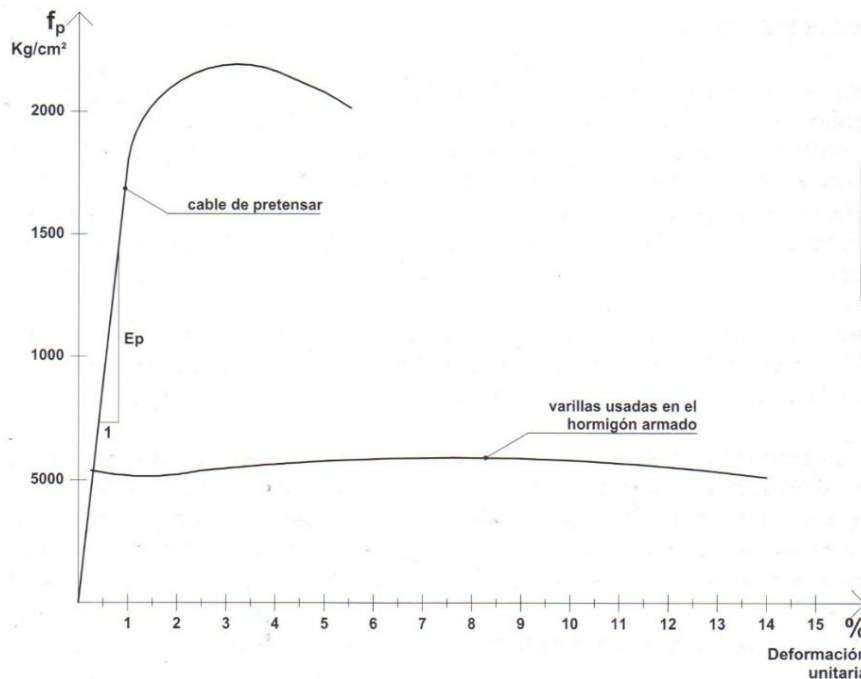


Ilustración 1: Curva esfuerzo deformación de los aceros usado en hormigón armado y pretensado (Carrasco Castro 2010)

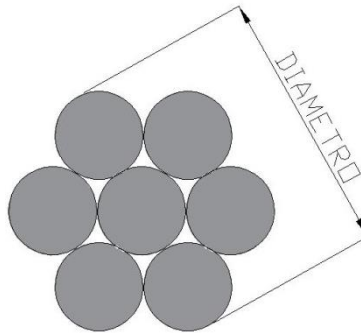


Ilustración 2: Cable toron estándar de 7 hilos para pretensar (Carrasco Castro 2010)

Tabla 1: Tipos de cables

Sistema ingles				Equivalencia a Sistema mks			
Grado $f_{pu}$ ksi	Diametros pulg	Area Pulg <sup>2</sup>	Peso Lb/pie	Grado $f_{pu}$ Kg/cm <sup>2</sup>	Diámetro mm	Area cm <sup>2</sup>	Masa kg/m
250	1/4	0.036	0.12	17600	6.35	0.232	0.179
250	3/8	0.08	0.27	17600	9.53	0.516	0.403
250	1/2	0.144	0.49	17600	12.70	0.929	0.731
250	0.6	0.216	0.74	17600	15.24	1.394	1.104
270	3/8	0.085	0.29	19000	9.53	0.548	0.432
270	1/2	0.153	0.53	19000	12.70	0.987	0.790
270	0.6	0.215	0.74	19000	15.24	1.387	1.104

#### 2.1.3.2.1 Propiedades del acero de pretensado

##### Relajación del acero de preesfuerzo

Al someter al acero a una deformación constante, este sufre una pérdida en su esfuerzo de preesfuerzo, y a esto se llama relajación. La relajación presenta una mayor pérdida al inicio y a medida que transcurre el tiempo esta disminuye en forma lineal (ver Ilustración 3), se mide como un porcentaje respecto al esfuerzo inicial, y depende fundamentalmente del mismo. Las características de relajación deben ser dadas por cada fabricante. Las pérdidas en los aceros de baja relajación son menores que en los aceros de tensiones aliviadas.





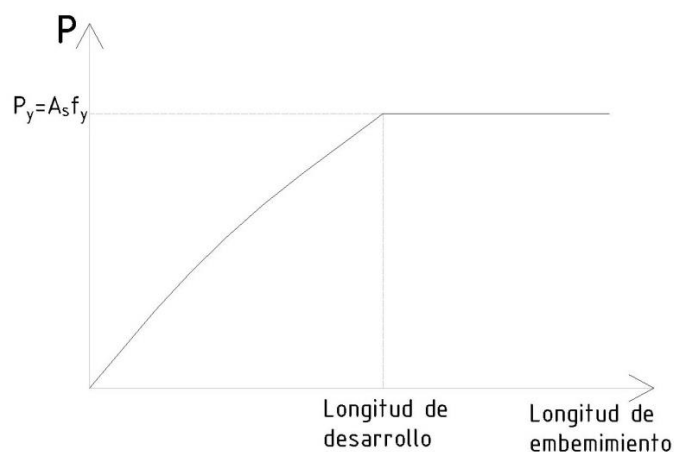
*Ilustración 3: Comportamiento gráfico de las pérdidas por relajación (Carrasco Castro 2010)*

### Corrosión del acero de preesfuerzo

Los aceros de preesfuerzo son más susceptibles a la corrosión que los aceros de refuerzo normal, este fenómeno es más perjudicial cuando hay tracciones altas, y es minimizado gracias a que en fábrica existe gran facilidad para el control de calidad, con materiales adecuados y buenas condiciones; así también se toman en cuenta recubrimientos mínimos, con lo cual se contrarresta en gran medida el grado de corrosión en el acero.

### Longitud de desarrollo

Longitud de desarrollo o longitud de adherencia, es la longitud de acero que necesariamente debe estar empotrada en el hormigón para que esta no se desprenda y llegue al esfuerzo de fluencia (ver Ilustración 4), esto indica el grado de adherencia entre el acero y el hormigón; pues, casi todo el esfuerzo de compresión en el hormigón se desarrolla por la adherencia.



*Ilustración 4: Longitud de adherencia (Carrasco Castro 2010)*



La longitud de transferencia, es la longitud necesaria para que el cable desarrolle toda la fuerza de preesfuerzo, luego de alcanzar esta longitud permanecerá constante, y depende de la forma en que se corten los cables; si son cortados bruscamente será mayor, por eso es preferible liberar los cables gradualmente.

El ACI ofrece la siguiente ecuación para calcular la longitud de desarrollo para torones de preesfuerzo de 7 hilos (ver Ilustración 5):

$$L_d = \left( \frac{f_{se}}{210} \right) d_b + \left( \frac{f_{ps} - f_{se}}{70} \right) d_b \quad \text{Donde:}$$

$L_d$ : Longitud de desarrollo en cm

$f_{se}$ : Esfuerzo efectivo luego de las perdidas en kg/cm<sup>2</sup>

$f_{ps}$ : Esfuerzo nominal en flexión

$d_b$ : Diámetro nominal del toron en cm

El primer término se refiere a la longitud de transferencia, y segundo término adiciona longitud hasta llegar al esfuerzo nominal.

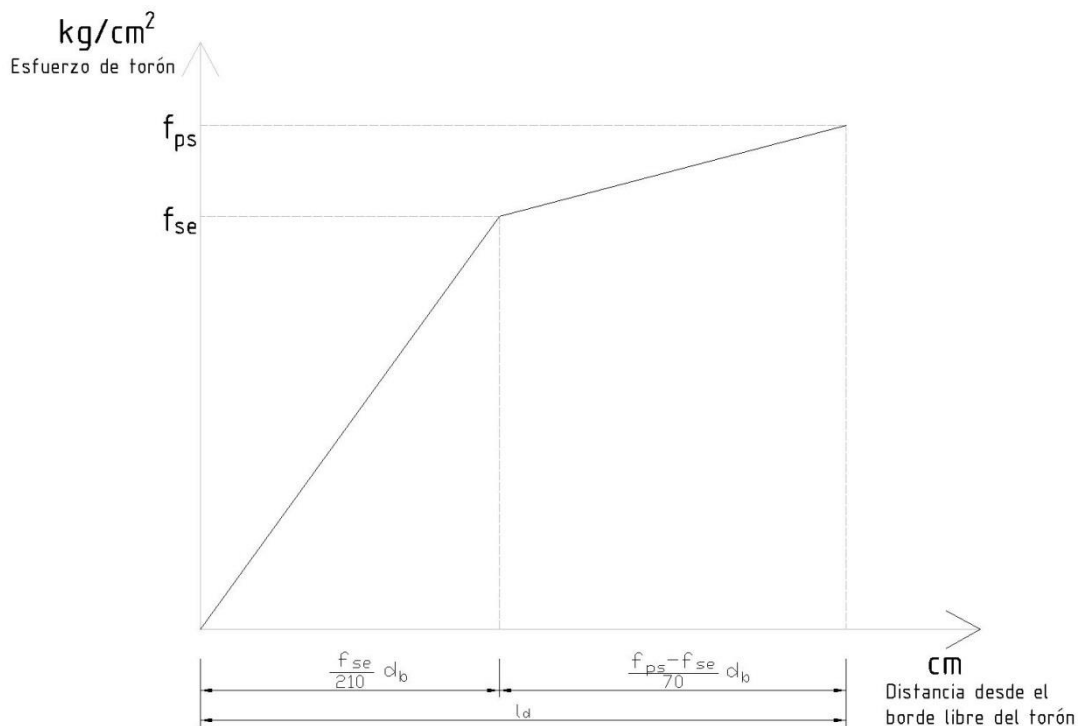


Ilustración 5: Longitud de desarrollo para cables de pretensar según el ACI (Carrasco Castro 2010)

## 2.2 Pérdidas en el hormigón pretensado

### 2.2.1 Generalidades

La fuerza de pretensado puede disminuir instantáneamente y con el paso del tiempo, quitándole capacidad al elemento. Se pueden calcularlas hasta un



período de 5 años, después de éste tiempo se vuelven despreciables; es necesario tener una idea del porcentaje de pérdidas, por esto se debe calcularlas en diferentes etapas de la vida útil del elemento, sin embargo es imposible dar valores exactos, debido a que intervienen muchos factores desconocidos. Se recomienda estimar estos valores de las pérdidas: al momento de cortar los cables, al izar el elemento, cuando recibe carga exterior y luego de un tiempo determinado.

Existen dos tipos de pérdidas: las instantáneas y las diferidas en el tiempo (ver Tabla 2).

Tabla 2: Pérdidas por pretensado

	Hormigón	Acero
<b>Instantáneas</b>	-Acortamiento elástico instantáneo	-Corrimiento y ajuste de las cuñas de pretensar
<b>Diferidas en el tiempo</b>	-Retracción del hormigón -Fluencia plástica del hormigón	-Relajación del acero

Para estimar las pérdidas se pueden realizar de la siguiente manera:

$$\Delta f_{pt} = \Delta f_{pa} + \Delta f_R + \Delta f_{pe} + \Delta f_{cr} + \Delta f_{cf}$$

$\Delta f_{pt}$ : Pérdida total en los torones expresada en kg/cm<sup>2</sup>

$\Delta f_{pa}$ : Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas

$\Delta f_R$ : Pérdida por relajación del acero de preesfuerzo

$\Delta f_{pe}$ : Pérdida por el acortamiento elástico instantáneo del hormigón

$\Delta f_{cr}$ : Pérdida por retracción del hormigón

$\Delta f_{cf}$ : Pérdida por fluencia plástica del hormigón

El ACI establece un rango de pérdidas permitido entre los valores de 1760kg/cm<sup>2</sup> a 3520 kg/cm<sup>2</sup>, la AASHTO recomienda un valor 3170kg/cm<sup>2</sup>.

## 2.2.2 Procedimiento para calcular las pérdidas

### 2.2.2.1 Acortamiento elástico instantáneo del hormigón

Todo material se acorta al aplicarle cargas de compresión, de igual manera el hormigón, que al recibir una fuerza procedente del cable de pretensar se



acorta; análogamente sucede con el acero (ver Ilustración 6), el cual pierde esfuerzo. La deformación del acero viene dada por la fórmula de la ley de Hooke.

Pendiente de la curva esfuerzo-deformación =  $E_p = f_{pi}/\varepsilon$

Y se expresa como:  $f_{pi} = E_p * \varepsilon$

Pero sustituyendo a  $f_{pi}$  por  $P_i/A_p$  y  $\varepsilon$  por  $\delta/L$  se obtiene la siguiente fórmula:

$$\frac{P_i}{A_p} = E_p * \frac{\delta}{L} \text{ Que es igual a: } \delta = \frac{P_i * L}{E_p * A_p} = \frac{f_{pi} * L}{E_p} \text{ dónde:}$$

$\delta$ : Elongación o deformación total del torón

$P_i$ : Fuerza de tensado inicial

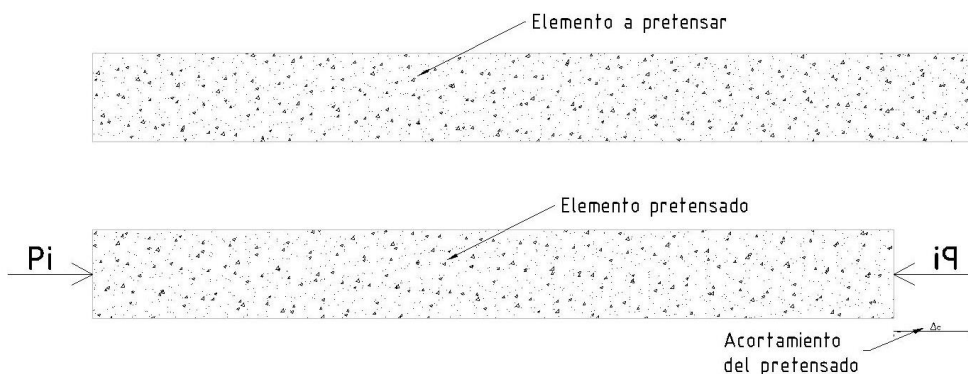
$L$ : Longitud del cable de bancada a bancada

$E_p$ : Módulo de elasticidad del acero de preesfuerzo

$A_p$ : Área efectiva del torón de preesfuerzo

$f_{pi}$ : Esfuerzo inicial en el cable de pretensado

$\varepsilon$ : Deformación unitaria en el cable de pretensado



*Ilustración 6: Acortamiento Elástico del hormigón debido a la fuerza de pretensar  $P_i$  (Carrasco Castro 2010)*

La deformación unitaria del hormigón se obtiene en función de la fuerza inicial de pretensar  $P_i$ , del área de la sección transversal del elemento  $A_c$  y del módulo de elasticidad  $E_c$  del hormigón.

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta_c}{L} = \frac{f_c}{E_c} = \frac{P_i}{A_c E_c}$$

Así mismo el acero de preesfuerzo la pérdida del torón es:



$$\Delta f_{pe} = E_p \varepsilon_c = \frac{E_p * P_i}{A_c * E_c} = \frac{n * P_i}{A_c} = n * f_c$$

El hormigón tiene un acortamiento que varía linealmente desde el centroide hacia sus extremos, por lo que es necesario calcular el esfuerzo a la altura donde está el centroide del cable.

$$f_{cp} = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e * M_D}{I_c}$$

$f_{cp}$ : Esfuerzo en el hormigón a la altura de la excentricidad e del cable

$r^2$ : Radio de giro al cuadrado de la sección =  $I/A$

$I_c$ : Momento de inercia de la sección de hormigón

$M_D$ : Momento flector por peso propio:  $(W_D L^2)/8$

$W_D$ : Peso propio por unidad de longitud

$L$ : Luz o longitud del elemento

Y con este valor se obtiene las pérdidas del acero de pretensar, que viene dado por la siguiente expresión, donde  $n_i$  es la relación de módulos de acero y hormigón, el último se obtiene de  $15100\sqrt{f'_{ci}}$ , donde  $f'_{ci}$  es la resistencia al momento de cortar los cables.

$$\Delta f_{pe} = n_i f_{cp}$$

Si se desea mayor exactitud, debe tomarse en cuenta el corrimiento y ajuste de cuñas, pero usualmente no se la toma en cuenta por su baja influencia.

### 2.2.2.2 Retracción del hormigón

Se estima que el 80% de la retracción se produce en el primer año de vida, esto se debe principalmente al fraguado del hormigón, y depende de la humedad y del tiempo; es decir, depende de la proporción agua-cemento, tipo de agregados, tiempo, tipo de curado, edad y resistencia del hormigón al aplicar la carga de preesfuerzo, tamaño y forma del elemento así como condiciones ambientales.

Según el PCI se utiliza la siguiente expresión para estimar la retracción

$$\Delta f_{cr} = 8.2 * 10^{-6} E_p \left( 1 - 0.0236 \frac{V}{S} \right) (100 - HR)$$

En donde se expresa:



$E_p$  Y  $\Delta f_{cr}$  en  $\text{kg/cm}^2$

V en  $\text{cm}^3$

S en  $\text{cm}^2$

HR en %

Es necesario recalcar que todas las formulas con las que se puede estimar la retracción son obtenidas de forma experimental, así pues en el PCI existen más fórmulas para calcular la retracción a distintas edades del hormigón.

### 2.2.2.3 Fluencia plástica del hormigón

Cuando los elementos están cargados permanentemente, se produce una deformación a lo largo del tiempo; también influye el fraguado, materiales, edad y resistencia al momento de aplicar la carga, etc.

Para el hormigón pretensado la pérdida en el acero de preesfuerzo se obtiene con la siguiente expresión:

$$\Delta f_{cf} = C_t \frac{E_p}{E_c} f_{cp}$$

Dónde:

$f_{cp}$ ; Esfuerzo en el hormigón a nivel del centroide del cable de preesfuerzo

$C_t = \frac{t^{0.60}}{10+t^{0.60}} C_u$  Coeficiente de deformación plástica, a la edad t en días

$C_u = \frac{\varepsilon_{fp}}{\varepsilon_e}$ : Relación entre las deformaciones unitarias por flujo plástico y por la elástica instantánea, donde su valor va de 2 a 4, con un promedio usado de 2.35 para la deformación ultima

### 2.2.2.4 Corrimiento y ajuste de cuñas

Son las pérdidas que se producen al transferir la carga desde los gatos hidráulicos hacia las cuñas que se encuentran en la bancada de pretensado; se producen pequeños corrimientos del cable, de 3 a 10mm, hasta que éste sea amordazado firmemente, este dato debe ser tomado de fábrica o proporcionado por el constructor de las cuñas.

Si llamamos "u" al corrimiento total, L a la longitud total del cable entre anclajes se puede calcular la deformación unitaria  $\varepsilon$  (cm/cm) que se produce como:

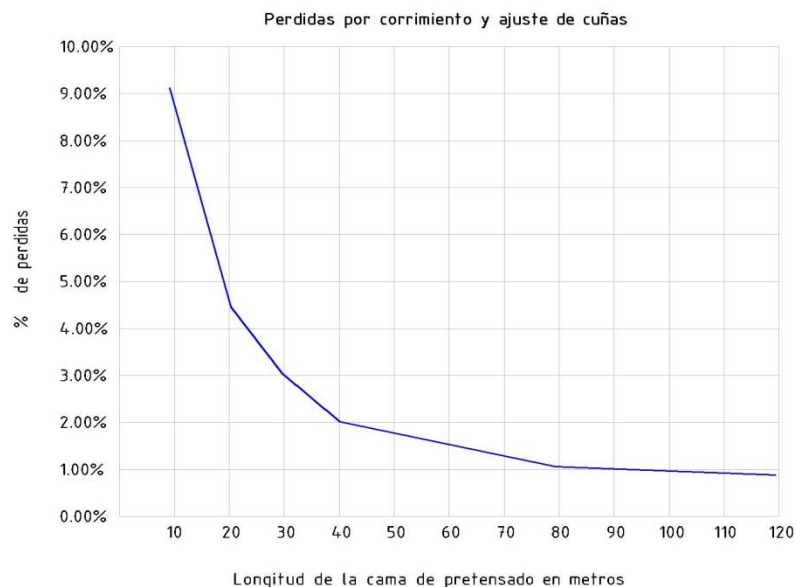
$$\varepsilon = \frac{u}{L}$$

Y debido a esto el esfuerzo perdido en el preesfuerzo es:



$$\Delta f_{pa} = \varepsilon * E_p = E_p \frac{u}{L}$$

En donde  $E_p$ , es el módulo de elasticidad del acero de preesfuerzo, esta pérdida puede ser importante cuando la cama de pretensado es pequeña, por ello no es aconsejable pretensar elementos de corta longitud (ver Ilustración 7).



*Ilustración 7: Pérdidas por corrimiento y ajuste de cuñas, con relación a la longitud de la cama de pretensado (Carrasco Castro 2010)*

#### 2.2.2.5 Relajación del acero

Al igual que el hormigón está sometido a compresión, el acero al estar sometido a una fuerza de tensión constante, este sufre una pérdida de esfuerzo a lo largo del tiempo conocida como “relajación del acero”, se estima como un % y usualmente el fabricante da valores de la relajación del acero.

Es importante conocer que el ACI limita los esfuerzos de tracción de preesforzado a:

- Debido a la fuerza de gato de preesforzado a  $0.94f_{py}$ , pero no debe ser mayor que el mínimo entre  $0.80f_{pu}$  y el máximo valor establecido por el fabricante
- Inmediatamente después de la transferencia del preesfuerzo  $0.82f_{py}$  pero no mayor que  $0.74f_{pu}$

A pesar de que los fabricantes dan valores de relajación existe una forma de estimarlo con la siguiente expresión:

$$\Delta f_R = f_{pi} * \left( \frac{\log t}{45} \right) \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right)$$



$\Delta_{fR}$ : Pérdida de esfuerzo por relajación del acero de preesfuerzo

$f_{pi}$ : Esfuerzo inicial en el acero de preesfuerzo

$f_{py}$ : Esfuerzo de fluencia en el acero de preesfuerzo

$t$  : Tiempo transcurrido en horas

Expresando en % se obtendría la siguiente formula:

$$\% \text{ Relajación} = \left( \frac{\Delta_{fR}}{f_{pi}} \right) * 100$$

En fábrica es necesario mantener constante la calidad de los materiales, el método constructivo, con el fin de obtener un comportamiento similar en todos los elementos, así como en las pérdidas de preesfuerzo.

Finalmente es importante citar lo que dice el ACI respecto a la estimación de cargas de servicio. “En el estado de cargas de servicio, la sobreestimación de las pérdidas de preesforzado puede ser tan dañina como la subestimación, puesto que lo primero puede dar como resultado una contraflecha excesiva y movimientos horizontales”.

#### **2.2.2.6 Recomendaciones para reducir las pérdidas**

En primera instancia debemos comprender que es imposible tratar de eliminar las pérdidas por completo en cualquier elemento, sin embargo se puede tratar de reducirlas tomando algunas consideraciones tales como.

Por la elaboración en fábrica se puede tener excelente control de calidad de los materiales, así como la correcta graduación de agregados, dosificación adecuada de aditivos, controlar la relación agua-cemento para obtener altas resistencias, lo cual es un requisito indispensable para el pretensado; otro aspecto importante es el fraguado del hormigón mediante el curado.

El procedimiento para pretensar debe realizarse en bancadas largas, donde las pérdidas por corrimiento y ajuste de cuñas serán prácticamente despreciables, se recomienda utilizar los aceros de alta resistencia y baja relajación, grado 270ksi, para obtener menores pérdidas por relajación.

## **2.3 Cargas**

### **2.3.1 Generalidades**

Las estructuras y sus elementos deben diseñarse para resistir diferentes tipos de cargas aplicadas según lo especificado en las normas de diseño, deben considerarse las cargas que se pueden presentar con una probabilidad de





ocurrencia razonable; luego de calcular estas cargas deben realizarse las combinaciones de carga, de las cuáles, para el diseño se tornará la más perjudicial para la estructura. Existen 3 categorías de cargas: muertas, vivas y ambientales.

Debemos recalcar que para este estudio no se hará análisis de combinación de cargas, ni el cálculo de las mismas, debido que es un tema bastante amplio que se puede realizar en estudios futuros, para este tipo de elementos en hormigón pretensado.

### **2.3.2 Cargas muertas**

Son aquellas que no varían a lo largo de la vida de la estructura y se mantienen constantes. Se puede calcular con una buena aproximación a partir del diseño y el dimensionamiento de los elementos. Para el diseño se deben estimar pesos o cargas muertas de los elementos, ya que no se conocen los pesos y dimensiones exactas hasta hacer el análisis estructural. Luego de haber obtenido las dimensiones y pesos del análisis, se compara con los pesos estimados y si existen demasiada diferencia hay que volver a calcular con pesos mejor estimados.

En los edificios, se puede considerar como carga muerta a los rellenos y acabados de entrepiso, cielos rasos, considerando las cargas suspendidas como ductos, iluminación, etc. En los puentes se considera carga muerta a las superficies de recubrimiento, andenes, barandas, ductos suspendidos y otros elementos.

### **2.3.3 Cargas vivas**

Constituyen la carga debida a los ocupantes en el caso de edificios, y el tráfico en los puentes, éstas varían en magnitud y posición a lo largo del tiempo. Las cargas vivas para las cuales se deben diseñar los elementos, están especificadas en los códigos de construcción, los mismos que se aplican en cada lugar de construcción; estos códigos incluyen cargas vivas uniformemente distribuidas para los diferentes tipos de ocupación. Generalmente estas cargas exceden considerablemente los valores medios.

Las cargas de tránsito en puentes, pueden ser concentradas y de magnitud variable, causadas por las ruedas de los camiones o trenes.

Las cargas de impacto son las que causan vibración en las estructuras; estas cargas causan mayores fuerzas que las que se presentarían si las cargas se aplicaran gradualmente; estas constituyen la diferencia entre las cargas realmente generadas y las consideradas como muertas.



Las cargas longitudinales, son las que se producen al detenerse un tren o un camión en un puente; o en edificaciones industriales, cuando se mueven las grúas de tipo viajero.

Y las diversas cargas que se presenten y el proyectista deba considerar, como las hidrostáticas, presiones de suelo, explosivas, etc.

#### 2.3.4 Cargas ambientales

Son debidas a las cargas de lluvia, viento, cambios de temperatura y sismo; al igual que las cargas vivas, estas también son inciertas, tanto en magnitud como en distribución.

Las cargas de hielo y nieve se presentan en los países más fríos; en algunas ocasiones son de considerable magnitud y rigen el diseño. Las cargas de lluvia pueden ser muy perjudiciales en techos horizontales, la carga hace que el techo se flexione en forma de plato, y a su vez, cause más deflexiones. La carga de viento es una de las que ha causado más fallas estructurales; la magnitud y duración de las cargas de viento varían de acuerdo a la ubicación geográfica, la altura de las estructuras, los tipos de suelo alrededor, construcciones cercanas y la fuerza del viento en sí misma.

Las cargas sísmicas, dependen del terreno sísmico; es necesario considerar diseño sísmico en todos los tipos de estructuras. “los sismos recientes han demostrado claramente que el edificio o puente promedio que no ha sido diseñado para resistir fuerzas sísmicas puede ser destruido por un sismo que no sea particularmente severo” (McCormac 2005)

### 2.4 Análisis a flexión

#### 2.4.1 Generalidades

La mayoría de los elementos están sometidos a esfuerzos de flexión, por lo cual es indispensable tomar en cuenta estos esfuerzos, ya que en muchos casos domina en el diseño. En vigas y otros elementos sometidos principalmente a flexión, la fuerza axial es muy pequeña que se la puede considerar despreciable para el diseño. Posterior al diseño de flexión se debe verificar por cortante y torsión, para comprobar las deflexiones y el control de fisuras a ver si son o no de importancia.

En el hormigón pretensado se mantienen las hipótesis del comportamiento a flexión; de modo que, la sección es plana antes de la deformación y permanece plana después de la deformación, por lo tanto la distribución de deformaciones de una sección, está determinada por 2 variables que son: deformación en la cara superior “ $\varepsilon_t$ ”, y deformación en la cara inferior “ $\varepsilon_b$ ”, o una deformación conocida  $\varepsilon$  a una altura “y” de la sección. Se puede predecir el comportamiento de una sección sometida a flexión si se conoce las deformaciones en una



sección, y con ello conocer los esfuerzos resultantes utilizando la deformación de cada material, y realizando equilibrio determinar el momento actuante en la sección.

Se puede considerar las fuerzas de tracción del hormigón antes de que se fisure, pero debe ser verificado si se encuentra o no fisurado; al calcular el momento ultimo no se debe tomar en cuenta la tracción del hormigón. Las secciones deben ser diseñadas de tal manera que fallen por fluencia del acero a tracción, para lo cual el ACI recomienda cuantías máximas y mínimas.

En el hormigón pretensado se tiene que verificar algunos estados límites como los que se indica a continuación:

- Cuando se carga al elemento con la carga de preesfuerzo, y la única carga adicional que actúa es el peso propio, se debe comprobar que se realiza en estado elástico.
- Si al momento de colocar carga muerta sobre el elemento, si existe carga que pasara a formar parte del elemento resistente, pasando a ser una sección compuesta. Se debe verificar que se haga en estado elástico.
- Al momento de recibir cargas de servicio, usando el diseño elástico, se debe comprobar que las fisuras sean despreciables y que las deflexiones y contraflechas a lo largo del tiempo sean las admisibles.
- Finalmente se debe verificar la sección a resistencia última, para estimar su capacidad a posibles sobrecargas.

### **Comportamiento al momento de cortar los cables:**

Según el ACI los esfuerzos permitidos en el hormigón inmediatamente después de aplicar la fuerza de preesfuerzo, es decir luego de cortar los cables, antes de que se produzcan las pérdidas de la fuerza de preesfuerzo son:

- Esfuerzo máximo en compresión, no en los extremos del elemento  $= 0.60f'_{ci}$
- Esfuerzo máximo en compresión, en los extremos del elemento  $= 0.70f'_{ci}$
- Esfuerzo máximo en tracción, no en los extremos del elemento  $= 0.80\sqrt{f'_{ci}}$
- Esfuerzo máximo en tracción, en los extremos del elemento  $= 1.60\sqrt{f'_{ci}}$

Donde  $f'_{ci}$  es el esfuerzo de compresión de rotura del hormigón al cortar los cables.

El ACI limita los esfuerzos en tracción en el acero de preesfuerzo, de modo que no exceda los siguientes valores:

- Debido a la fuerza de gato de preesforzado a  $0.94f_{py}$ , pero no debe ser mayor que el mínimo entre  $0.80f_{pu}$  y el máximo valor establecido por el fabricante



- Inmediatamente después de la transferencia del preesfuerzo  $0.82f_{py}$  pero no mayor que  $0.74f_{pu}$

En estado elástico, los esfuerzos en las fibras extrema superior e inferior están dadas por las siguientes expresiones de flexión básica en estado elástico:

$$f^t = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 - \frac{e * c_t}{r^2} \right) - \frac{M_D}{S^t}$$

$$f_b = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e * c_b}{r^2} \right) + \frac{M_D}{S_b}$$

$f^t$ : Esfuerzo en la fibra superior

$f_b$ : Esfuerzo en la fibra inferior

$P_i$ : Fuerza de pretensado inicial antes de las pérdidas

$A_c$ : Área de la sección de hormigón

$e$ : Excentricidad del centroide de los cables de pretensar, respecto a la línea neutra la sección (LN)

$c_t$ : Distancia desde la L.N. hasta la fibra extrema superior

$c_b$ : Distancia desde la L.N. hasta la fibra extrema inferior

$r^2$ : Radio de giro al cuadrado de la sección=  $I/A$

$M_D$ : Momento flector máximo por peso propio

$S^t$ : Módulo de sección, con respecto a la fibra superior  $I/c_t$

$S_b$ : Módulo de sección, con respecto a la fibra inferior  $I/c_b$

Con estas fórmulas se calculan los esfuerzos en el centro del elemento y también en el extremo, tanto en la parte inferior como superior de la sección luego se debe verificar que no sobrepase los límites dados por el ACI.

Si el valor de tracción en la parte superior sobrepasa lo especificado por el ACI, se tendría que colocar acero adicional en la parte superior, se puede usar acero normal, u otra solución de menor costo, es forrar cables a cierta longitud en los extremos de la viga, para quitar adherencia y disminuir la fuerza de pretensado en los extremos, cumpliendo así los límites establecidos. Esta solución no afecta en la resistencia a flexión ya que en los extremos el momento actuante es mínimo, comúnmente para forrar los cables se usa pvc o manguera de poli-tubo.



La AASHTO especifica que no debe forrarse más del 25% del total de todos los cables, de modo que ninguna fila del número de cables forrados deberá superar el 40%.

## 2.5 Análisis a cortante

### 2.5.1 Conceptos generales

En todo elemento estructural debe realizarse un análisis a cortante, teniendo mucho cuidado en el mismo ya que el tipo de falla es frágil y/o brusco.

Cuando el elemento está próximo a la falla presenta fisuras que forman un ángulo de 45 grados con la horizontal, en zonas donde se presenta máximo esfuerzo de cortante (ver Ilustración 9), usualmente estos esfuerzos están combinados con los de flexión (ver Ilustración 10), las cuales inician a flexión y luego a cortante, generalmente más cercanas a la sección donde se produce el cortante máximo.

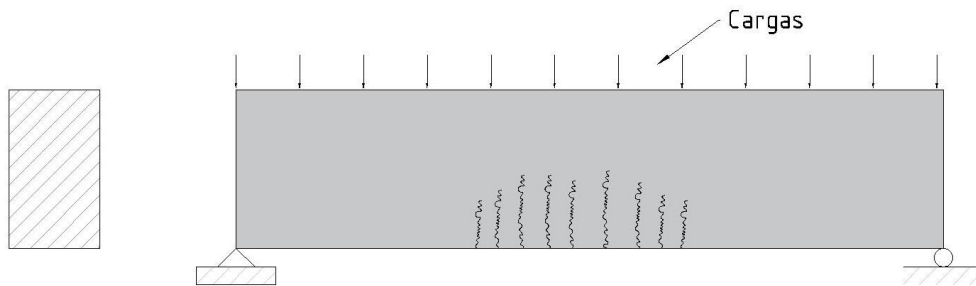


Ilustración 8: Figuras por flexión (Carrasco Castro 2010)

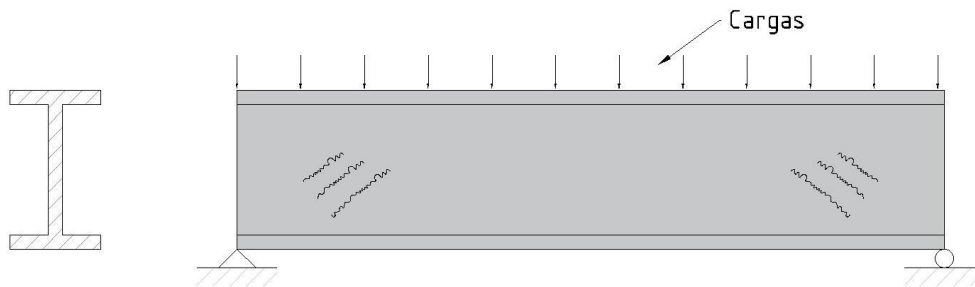


Ilustración 9: Fisuras por cortante (Carrasco Castro 2010)

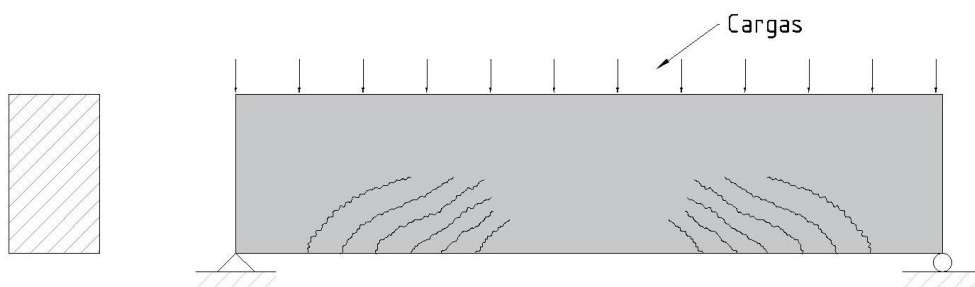


Ilustración 10: Fisuras por cortante y flexión (Carrasco Castro 2010)



Los esfuerzos cortantes se presentan en el plano de la sección, no así en los de flexión, los cuales son perpendiculares a la sección (ver Ilustración 11). El esfuerzo de cortante se representa con la siguiente expresión:

$$v = \frac{V}{Ib} \int_{y1}^c y dA = \frac{V}{Ib} M_e$$

$y1$ : Altura desde el eje neutro para calcular el cortante

$v$ : Esfuerzo cortante calculado a la altura establecida

$V$ : Fuerza cortante que actúa en la sección

$I$ : Momento de Inercia de la sección

$b$ : Ancho de la sección

$c$ : Distancia desde el eje neutro a la fibra extrema

$y$ : Variable de la altura desde el eje neutro

$M_e$ : Momento estático de la sección sobre la altura  $y1$ , hasta la fibra extrema respecto al E.N.

$dA$ : Elemento diferencial de Área.

Para una sección rectangular tenemos la siguiente expresión:

$$v = \frac{V}{2I} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

Y el esfuerzo cortante máximo producido en la mita de la sección sería:

$$v_{max} = \frac{3V}{2A}$$

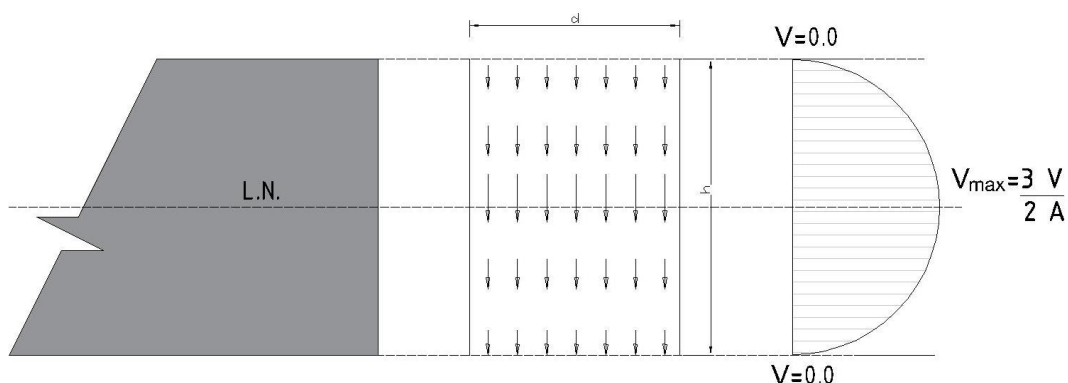


Ilustración 11: Distribución de los esfuerzos cortantes en una sección rectangular (Carrasco Castro 2010)



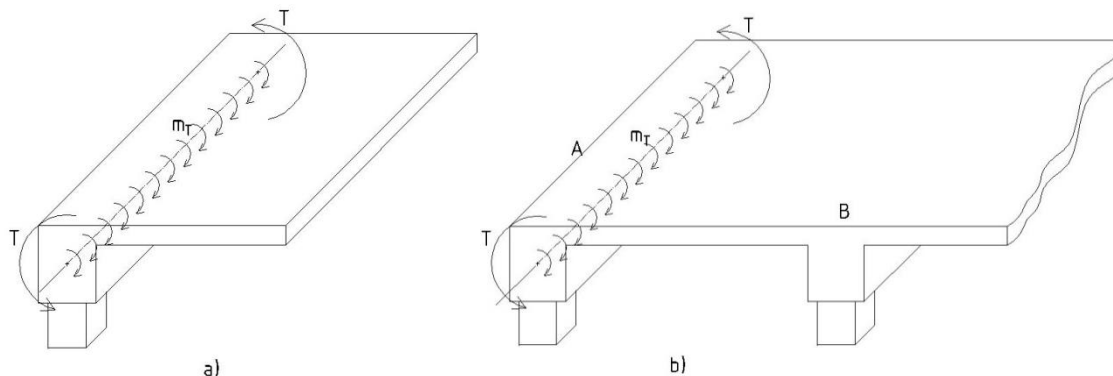
## 2.6 Análisis a torsión

### 2.6.1 Conceptos generales

Algunos elementos a más de estar expuestos a esfuerzos flexión y cortante, también están sometidos a fuerzas de torsión que tienden a retorcer el elemento con respecto a su eje longitudinal, y en su mayoría están acompañados de esfuerzos de flexión.

Tradicionalmente no se tomaba en cuenta la torsión puesto que era absorbida por el factor de seguridad global. Actualmente si se la toma en cuenta ya que con los métodos actuales se obtienen secciones de menor tamaño y por ende sus dimensiones también son menores. Otra razón es que en algunos elementos, la torsión es uno de los esfuerzos más considerables, como es el caso de puentes curvos, vigas cargadas excéntricamente, losas de escaleras helicoidales etc.

Existen 2 tipos de torsión en las estructuras; la torsión primaria, a veces llamada torsión en equilibrio o torsión estáticamente determinada, donde la carga es directamente absorbida por torsión (ver Ilustración 12 a)); y la torsión secundaria, también llamada torsión por compatibilidad o torsión estáticamente indeterminada, donde la torsión no puede ser determinada únicamente por equilibrio estático sino por continuidad de diseño y deformaciones en las partes adyacentes de la estructura (ver Ilustración 12 b)).



*Ilustración 12: a) Torsión primaria de equilibrio en losa de voladizo, b) Torsión secundaria o de compatibilidad en una viga de borde*

Cuando un elemento prismático está sometido a momentos torsores iguales y opuestos en sus extremos, los esfuerzos cortantes por torsión se distribuyen sobre una sección transversal como se muestra en la Ilustración 13 a) Los mayores esfuerzos cortantes se presentan en la mitad de la cara más ancha de la sección, el hormigón tiene una deformación inelástica por lo que la distribución de esfuerzos se aproximan al de las líneas punteadas de la Ilustración 13 b).

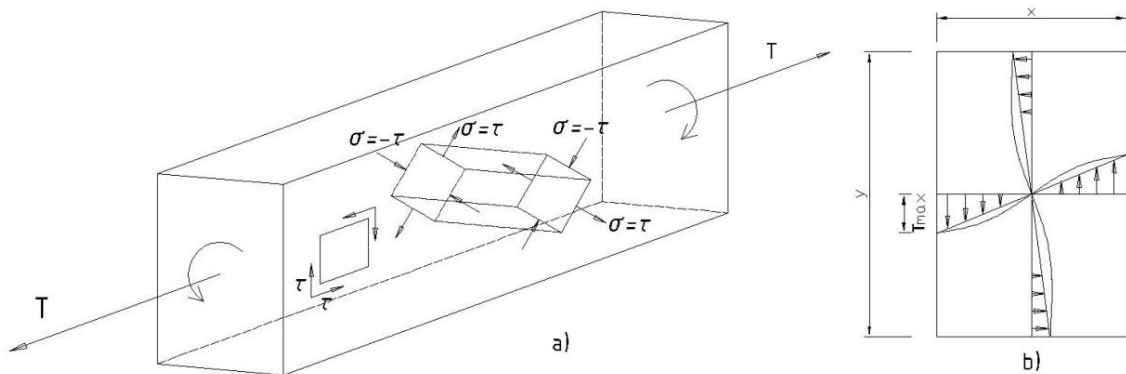


Ilustración 13: Esfuerzos producidos por Torsión (Nilson 1999)

Si analizamos un elemento diferencial rectangular de una sección, los esfuerzos cortantes actúan en pares en las caras opuestas de dicho elemento. Así pues, cuando el elemento estuviese rotado  $45^\circ$  respecto de la dirección que sigue el cortante, estos esfuerzos tangenciales al elemento diferencial serían perpendiculares y equivalentes transformándose en esfuerzos de compresión y tensión, como se observa en la Ilustración 13 antes vista.

Cuando los esfuerzos de tensión superan la resistencia de tensión del concreto, este se microfisura propagándose a lo largo de la viga, el esfuerzo que resiste hasta el instante en que se produce la fisuración se llama torque de agrietamiento.

Analizando la sección con la analogía de tubo de pared delgada, se considera que los esfuerzos cortantes fluyen a través del espesor finito  $t$  del tubo, alrededor del perímetro del elemento (ver Ilustración 14). El esfuerzo de torsión es resistido por el corte del flujo  $q_c$ , el cual se distribuye en las cuatro caras de la sección,  $x_0, y_0$ , el momento resistente por el flujo de corte se expresa como:

$$T = \frac{2q_c x_0 y_0}{2} + \frac{2q_c y_0 x_0}{2} = 2q_c x_0 y_0 = 2q_c A_0$$

$$C = x_0 y_0$$

Por lo tanto:  $q_c = \frac{T}{2A_0}$

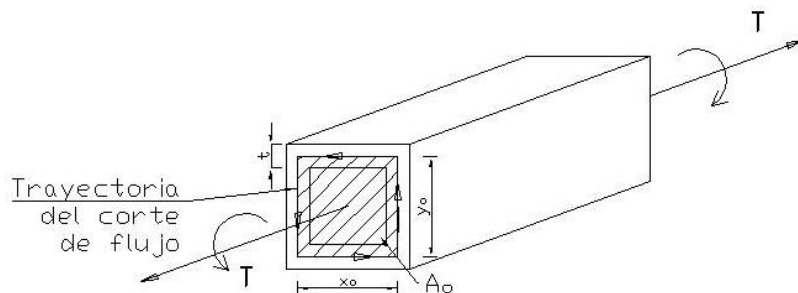


Ilustración 14: Comportamiento de tubo de pared delgada bajo torsión (Nilson 1999)





El esfuerzo cortante unitario que actúa dentro de las paredes del tubo es expresa como:

$$\tau = \frac{q_c}{t} = \frac{T}{2A_0t}$$

Como se observa en la Ilustración 13 a),  $\tau = \sigma$ ; por lo tanto el concreto se agrieta cuando se supera el valor de  $\tau = f'_t$ , donde  $f'_t$  es la resistencia del concreto a tensión. Si el concreto está a tensión y a compresión biaxial,  $f'_t$  conservadoramente es igual a  $4\sqrt{f'_c}$ . Donde  $\tau = \tau_{cr}4\sqrt{f'_c}$ ; despejando  $\tau_{cr}$  en la ecuación anterior se obtiene:

$$\tau_{cr} = 4\sqrt{f'_c}2A_0t$$

Donde  $A_0$  es el área encerrada por donde fluye el cortante, y  $t$  representa una fracción de la relación  $\frac{A_{cp}}{P_{cp}}$ , donde  $P_{cp}$  es el perímetro de la sección transversal, y  $A_{cp}$  es el área de la sección transversal. Para secciones rectangulares, se utiliza un valor de  $t = 1/4$ , para un elemento con relación ancho-espesor = 0.5, con lo que resulta  $A_0 = 2/3A_{cp}$  y  $t = 3/4\frac{A_{cp}}{P_{cp}}$ , sustituyendo en la ecuación anterior resulta:

$$\tau_{cr} = 4\sqrt{f'_c} \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}, \text{ lb-pulg}$$

Así esta ecuación permite calcular de manera confiable el momento Torsor de agrietamiento  $\tau_{cr}$ , en concreto reforzado sin importar la forma de la sección transversal.

No obstante para analizar estos esfuerzos, en este estudio no nos regiremos a hacerlo mediante el método tradicional, debido a que nuestro planteamiento para la torsión será tomado desde un punto de vista diferente; ya que consistirá en encontrar un trazado de pretensado parabólico óptimo a lo largo de la viga, que origine un par de fuerzas que puedan contrarrestar el momento Torsor exterior actuante  $M_{tu}$ ; por consiguiente esto se explicara con detalle en el capítulo 3.

## 2.7 Deflexiones

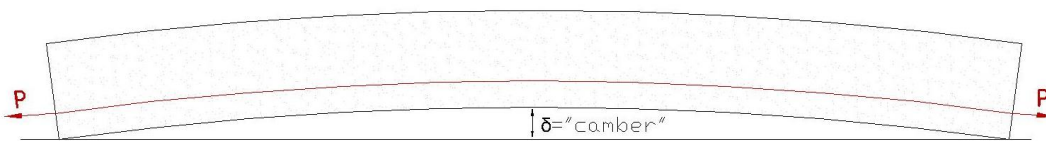
### 2.7.1 Conceptos generales

Todo elemento que es sometido a pretensado, produce una contraflecha inicial o también llamada “camber”, como se observa en la Ilustración 15; la cual se origina por la compresión excéntrica que produce la fuerza de pretensado en los elementos al cortar los cables, es decir justo en el momento en que se transmite dicha fuerza al elemento. Esta deflexión inicial que adquieren los



elementos, varía y va disminuyendo a lo largo del tiempo al igual que la resistencia del hormigón y la fuerza de preesfuerzo debido a las pérdidas que sufre el acero de pretensado. No obstante para obtener deflexiones adecuadas hay que cumplir con las normas dadas por los códigos.

Es importante mencionar que al no hacer un adecuado análisis de las deflexiones; pueden producirse cambers demasiado grandes que luego se volverían irreversibles para las condiciones de servicio que vayan a cumplir los elementos pretensados.



*Ilustración 15: Contraflecha inicial o Camber en una viga pretensada (Carrasco Castro 2010)*

Por ello el camber se mide justo en el momento en el que se transmite la fuerza de preesfuerzo al elemento al cortar los cables, luego se compara con el camber de diseño. También existe otra medición denominada "camber diferencial", el cual es un camber que se mide cuando varios elementos están juntos y se establece la diferencia de deflexión entre ellos, dicha diferencia puede deberse a varios motivos incluyendo la condición de apoyos del elemento.

Dentro de los parámetros normales, la máxima diferencia que se permite entre el camber medido y el camber de diseño es 2cm para elementos a flexión.

El código de diseño para elementos preesforzado PCI, ((Precast and Prestressed Concrete) 1999); ofrece una tabla de tolerancias entre el camber de diseño y el medido en los siguientes elementos (ver Tabla 3), y también ofrece otra tabla para cambers diferenciales entre 2 elementos cualquiera (ver Tabla 4).

*Tabla 3: Tolerancias entre el camber de diseño y el medido según el PCI*

Elementos estructurales	Variación del camber medido y el de diseño	Variación máxima permitida
Vigas doble T, vigas T, vigas en general, losas	$\pm 0.64\text{cm}$ , por cada 305cm de longitud	$\pm 1.91\text{cm}$
Vigas I	$\pm 0.32\text{cm}$ , por cada 30.5cm de longitud	$\pm 2.5\text{cm}$
Vigas de edificios	-	$\pm 1.91\text{cm}$
Vigas de cajón	-	$\pm 1.27\text{cm}$



Tabla 4: Tolerancias del camber diferencial entre dos elementos según el PCI

Elementos estructurales	Variación del camber medido y el de diseño	Variación máxima permitida
Vigas doble T, vigas T, vigas cajón	0.64cm, por cada 305cm de longitud	1.91cm
losas	0.64cm, por cada 305cm de longitud	1.27cm

Para calcular las deflexiones, hay que tener como dato el módulo de elasticidad  $E_c$  del elemento y el momento de Inercia  $I_c$ , para secciones tipo U donde el esfuerzo máximo a tracción no supera el límite  $2\sqrt{f'c}$  puede usarse la sección total del elemento para obtener el momento de inercia, ya que el elemento no está fisurado y trabaja toda su sección a los esfuerzo de flexión. En cambio en elementos tipo C y T; para calcular la inercia se debe tomar la sección agrietada. Para estimar las deflexiones a largo plazo, influyen los efectos de la fluencia plástica, retracción del hormigón, relajación del acero lo cuales hacen que varíe  $E_c$ .

En éste contexto para las deflexiones, también se aplica el principio de superposición de modo que a la deflexión causada por el camber se le resta las deflexiones producidas por las cargas de servicio.

La siguiente tabla proporcionada por el PCI, muestra las deflexiones máximas permitidas, en función de la luz:

Tabla 5: Deflexiones máximas permitidas por el ACI

Tipo de elemento	Deflexión considerada	Límite de deflexión
Cubiertas planas que no soporten ni estén ligadas a elementos no estructurales susceptibles de daños	Deflexión inmediata debido a la carga viva	L/180
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de daños	Deflexión inmediata debido a la carga viva	L/360
Entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de daños	La parte de a deflexión que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales	L/480
Entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de daños	La parte de a deflexión que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales	L/240



## CAPITULO III: METODOLOGIA

### 3.1: Consideraciones

Es necesario acotar que para el estudio de esta tesis; hemos asumido que tanto el análisis como la combinación de cargas ya se han realizado, ya que como se mencionó anteriormente, realizar un análisis combinación de cargas para que produzcan torsión en una viga sería un tema muy amplio. Dicho esto, para el diseño de las diferentes secciones tomaremos en cuenta las siguientes consideraciones:

- En lo posible y debido a que los hormigones de pretensado son de muy alta resistencia, se tratara de no colocar refuerzo por cortante si el hormigón ya resiste el cortante aplicado, en el caso extremo que esto no se dé, se procederá a incorporar dicho refuerzo en la sección; otra de las razones por las que se trata de omitir este refuerzo, se debe a que para torsión se va a colocar un trazado de pretensado parabólico y constructivamente puede resultar complicado realizarlo conjuntamente con el de cortante.
- Para el refuerzo a flexión, se optara por colocar un trazado de pretensado lineal, así mismo con el objetivo de que constructivamente sea lo más práctico y sencillo posible de modo que no resulte complicado realizarlo en obra.
- Para el refuerzo a torsión se obtendrá un trazado parabólico óptimo, que constará de 2 parábolas opuestas trazadas a lo largo del elemento, que originaran un par de fuerzas con el mayor brazo de palanca posible según las dimensiones de la sección, de manera que pueda contrarrestar el momento Torsor aplicado.

Con estas premisas se planteara el diseño para las 5 secciones establecidas: rectangular, rectangular hueca, T, doble T e I. En el análisis entrarán como datos: el esfuerzo actuante de flexión  $M_u$ , esfuerzo actuante de Cortante  $V_u$ , y esfuerzo actuante de Torsión  $M_{tu}$  y todos datos correspondientes a la geometría deseada de la sección y las propiedades de los materiales (hormigón y acero normal o de pretensado). Luego de haber hecho el análisis para todas estas secciones, se determinará cuál de ellas es la más conveniente para resistir los esfuerzos actuantes aplicados; por consiguiente en este capítulo presentaremos los análisis obtenidos solo para la primera sección (rectangular) de modo que las demás estarán presentadas en los anexos.



### 3.2: Diseño a flexión

El planteamiento para el análisis a flexión es totalmente análogo al que se hace para hormigón normal con refuerzo pasivo, de modo que en una sección de dimensiones  $b, h$ ; el equilibrio entre el momento actuante  $M_u$  y el resistente  $M_n$  de la sección proporcionado por el cable de pretensado, se establece de la siguiente manera:

$$0.85f'_c ab = A_p f_{ps}$$

Y el momento nominal se expresa como:

$$M_n = A_p f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right)$$

De la primera ecuación se despeja, “a”, y se reemplaza en la última para obtener el Momento nominal  $M_n$  siguiendo los mismos pasos para el diseño en hormigón armado; con la única diferencia de que aquí se usa  $f_{ps}$  para indicar el esfuerzo nominal a tracción del acero de preesfuerzo, que es el esfuerzo alcanzado por éste acero cuando llega al momento último, el cual no es igual al límite de fluencia del acero de pretensado, puesto que es un acero de alta resistencia. Por otra parte el hormigón llega antes a la deformación unitaria dada por el ACI de 0.003.

$f_{ps}$  Se puede calcular con la siguiente fórmula siempre y cuando el esfuerzo efectivo de trabajo  $f_{pe}$ . Luego de que se den las pérdidas, no sean menor a  $0.50f_{pu}$ , es decir el 50% del esfuerzo último especificado ( $19000\text{kg/cm}^2$ ) para aceros de grado 270ksi.

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right] \right)$$

$\gamma_p$ ; Factor que toma en cuenta las propiedades del acero de preesfuerzo

$\gamma_p = 0.55$  para  $\frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0.80$  para barras de pretensar

$\gamma_p = 0.40$  para  $\frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0.85$  para aceros de esfuerzos aliviados

$\gamma_p = 0.28$  para  $\frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0.90$  para aceros de baja relajación

$\beta_1$ : Coeficiente para encontrar la profundidad del bloque de compresión



$d_p$ : Distancia desde el extremo superior de la sección al centroide del cable

$\rho_p$ : Cuantía del acero de preesfuerzo  $\frac{A_p}{bd_p}$

$d$ : Distancia de la fibra extrema al centroide del acero normal de refuerzo

$w$ :  $p \frac{f_y}{f'_c}$  Donde  $p$  es la cuantía del acero normal de refuerzo:  $p = A_s/bd$

$w'$ :  $p' \frac{f_y}{f'_c}$  Donde  $p'$  es la cuantía del acero de compresión:  $p' = A'_s/bd$  si existe acero adicional a compresión.

Cuando se use acero a compresión, esto es cuando  $w' > 0$ ; el termino  $\left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right]$  debe tomarse como mínimo de 0.17, pues se asume que está en fluencia a una distancia  $d'$ , y no debe ser mayor a  $0.15d_p$ , si es mayor a este valor se toma  $w' = 0$ .

Si en el elemento, se colocase acero adicional de pretensado, es decir acero normal de tracción  $A_s$ , usado comúnmente en el hormigón armado (ver Ilustración 16), se obtiene la siguiente ecuación de equilibrio.

$$0.85f'_c ab = A_p f_{ps} + A_s f_y$$

Obtenemos el valor de “a”, e introduciendo en la ecuación de momentos se obtiene esta expresión para el momento nominal:

$$M_n = A_p f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right)$$

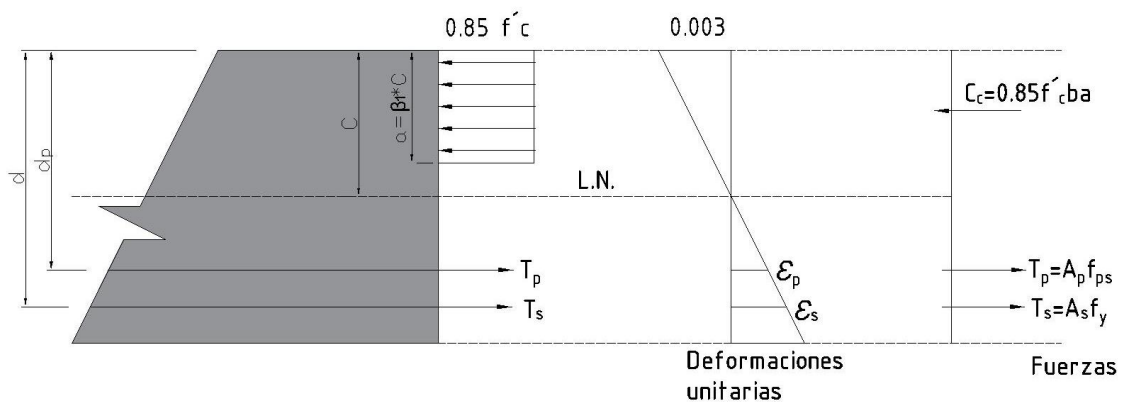


Ilustración 16: Elemento bajo flexión con acero adicional de tracción (Carrasco Castro 2010)

Si también se colocase acero adicional de compresión en la parte superior del elemento  $A'_s$  (ver Ilustración 17), además del de preesfuerzo y el de tracción,



se obtiene la siguiente expresión, así mismo asumiendo que el acero de compresión fluye:

$$0.85f'_c ab = A_p f_{ps} + A_s f_y - A'_s f_y$$

De forma similar obtenemos el valor de "a", y al introducir en la ecuación de momentos, para determinar el momento nominal:

$$M_n = A_p f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y \left( \frac{a}{2} - d' \right)$$

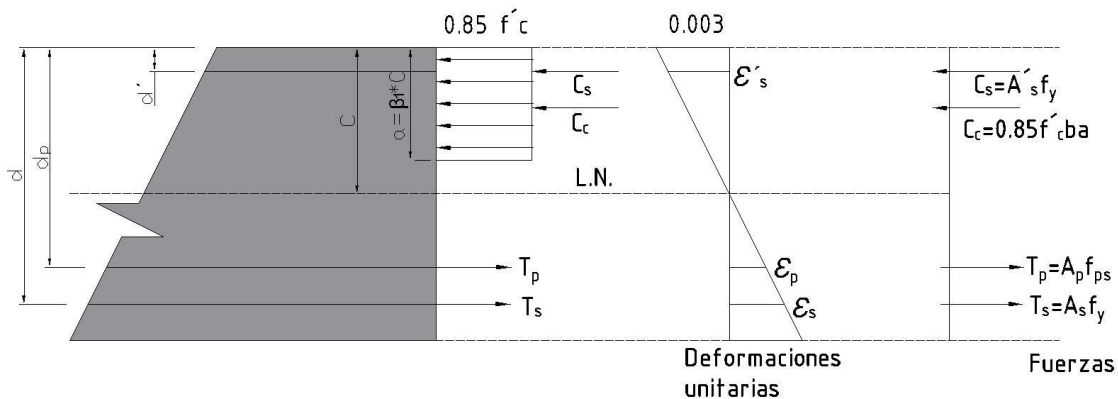


Ilustración 17: Elemento bajo flexión con acero adicional en tracción y compresión (Carrasco Castro 2010)

Todas estas ecuaciones anteriores son utilizables si el ancho de compresión es constante, es decir para secciones de compresión rectangulares. Si el ancho no es constante debe calcularse el momento de vigas T, tomando en cuenta 2 fuerzas de compresión: una en el patín superior y otra en el alma de la viga.

### Acero mínimo en hormigón pretensado

Para garantizar que una sección no tenga fallas frágiles, es decir, no contenga muy poco acero, el ACI recomienda una cantidad mínima de acero, de modo que:  $\phi M_n \geq 1.2 M_{cr}$ , siendo  $M_{cr}$  el momento de fisuración. Esta comprobación se realiza en secciones con cargas uniformemente repartidas, donde el máximo momento se produce en el centro de la luz, con esto se advierte la falla presentando una deformación notoria, o de lo contrario llegaría a fisurarse y a fallar sin previo aviso.

El momento de fisuración se calcula sobre la base de diseño elástico de la sección, se tiene el esfuerzo de tracción en una sección igual a:

$$f_b = -\frac{P_e}{A_c} \left( 1 + \frac{e * c_b}{r^2} \right) + \frac{M_{cr}}{S_b} = f_r = 2\sqrt{f'_c}$$

$$M_{cr} = \left[ f_r + \frac{P_e}{A_c} \left( 1 + \frac{e * c_b}{r^2} \right) \right] S_b$$



Si la condición  $\phi M_n \geq 1.2 M_{cr}$ , no se cumple, deberá incrementarse el acero para lograr que la sección sea más resistente, ya sea este, acero activo o pasivo,

### Acero máximo en hormigón pretensado

De igual modo para no obtener una falla frágil por compresión en el hormigón, debido a que haya demasiado acero, el ACI limita la cantidad máxima, de manera que indique que hay fisuraciones, deformaciones previas a la falla (ver Ilustración 18).

El ACI limita la cantidad de refuerzo  $w_p$  para secciones rectangulares, valores máximos de  $0.36\beta_1$ , donde  $\beta_1$  es el coeficiente con el que se obtiene la profundidad del bloque de compresión de la sección.

$$w_p = \frac{A_p f_{ps}}{b d_p f'_c} = \rho_p \frac{f_{ps}}{f'_c}$$

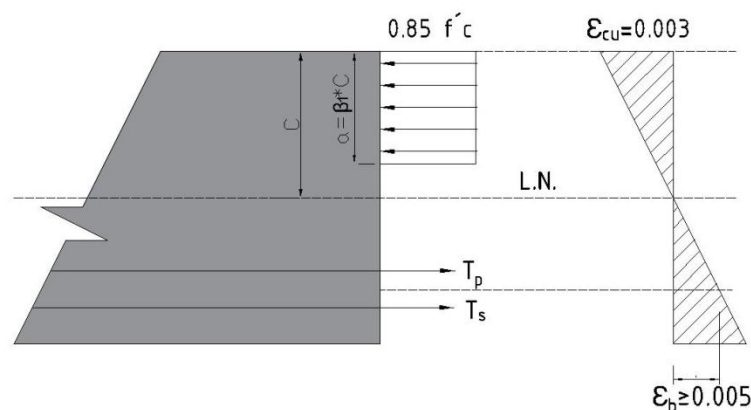


Ilustración 18: Deformaciones unitarias para falla por tracción (Carrasco Castro 2010)

Para las secciones controladas por tracción de 0.005 para el acero extremo, el ACI recomienda usar un  $w_p = 0.32\beta_1$ , en donde las secciones son rectangulares y tienen solo acero de preesfuerzo.





## DISEÑO A FLEXIÓN:

CONSIDERACIONES: El objetivo de este programa es analizar la sección planteada, para que funcione como viga; las condiciones de apoyo determinarán el  $M_u$  actuante. El usuario introducirá los datos necesarios solicitados con en relleno verde; y el programa verificará si la sección resiste o no.

Leyenda:

Datos ingresados:

Resultados:

### 1) SECCIÓN RECTANGULAR

#### 1.1.-introduccion de datos por el usuario

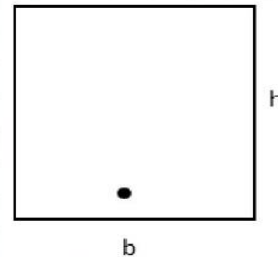
##### Geometria de la sección

$b := 50 \text{ cm}$  : ancho de sección  
 $h := 65 \text{ cm}$  : altura de la sección  
 $L := 12 \text{ m}$  : Logitud de la viga considerada

$$I_x := b \cdot \frac{h^3}{12} = 1144270.833 \text{ cm}^4$$

$$A_c := b \cdot h = 3250 \text{ cm}^2$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 18.8 \text{ cm}$$



#### 1.2 Datos para el hormigón utilizado

$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  : Resistencia de diseno del hormigón

$f'_{ci} := 350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  : Resistencia de hormigon al cortar los cables

$\gamma := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  : Peso especifico del hormigón

$$E_c := 15100 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 302000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$E_{ci} := 15100 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 282495.1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



### 1.3 Datos para el acero de preesfuerzo utilizado

Tipo de cable utilizado: torones grado 270ksi con  $a = 1.387 \text{ cm}^2$

$$\therefore A := 1.387 \text{ cm}^2 \quad \text{:Area del acero de 0.6 pulgadas (ver tabla 1 de tipos de cables)}$$

$$f_{pu} := 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Resistencia ultima de los torones de preesfuerzo}$$

$$E_p := 2000000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Modulo Elastico del acero de preesfuerzo}$$

$$\#cables := 6 \quad \text{:Número de cables para flexión}$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 8.322 \text{ cm}^2 \quad \text{:Area total de acero de preesfuerzo}$$

$$f_{pi} := 14000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Esfuerzo inicial en el cable de pretensado}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$P_i := A_p \cdot f_{pi} = 116508 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza inicial de pretensado para flexión}$$

$$\varepsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007$$

$$e := 26 \text{ cm} \quad \text{:Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo}$$

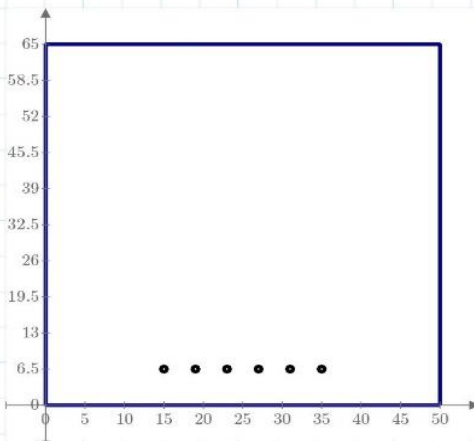
$$recp := 15 \text{ cm} \quad \text{:Recrimiento izq y derch minimo desde el borde al centro de los aceros de preesfuerzo ( dato para graficar la sección)}$$

$$S_p := \text{if} \left( \#cables > 1, \frac{(b - 2 \cdot recp)}{\#cables - 1}, 0 \text{ cm} \right)$$

$$\therefore S_p = 4 \text{ cm} \quad \text{:Espaciamiento entre aceros de preesfuerzo en caso de usar mas de 1 cable, si se usa solo 1 su valor es 0}$$



#### 1.4 Gráfico de la sección y posición del cable que se va a analizar



#### 1.5 Análisis de los esfuerzos en la sección al cortar los cables

"El ACI expresa que los esfuerzos en tracción en el acero de preesfuerzo, no deben exceder los siguientes valores:"

$$f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$$

-Debido a la fuerza del gato de preesforzado :

Como valor límite:  $0.94 \cdot f_{py} = 16092.8 \frac{kg}{cm^2}$

pero no mayor que el mínimo entre:  $0.80 \cdot f_{pu} = 15200 \frac{kg}{cm^2}$

$\therefore con = "cumple"$

Y el máximo establecido por el fabricante o por los dispositivos de anclaje

-Justo después de la transferencia del esfuerzo de preesfuerzo:

Como valor límite:  $0.82 \cdot f_{py} = 14038.4 \frac{kg}{cm^2}$

pero no mayor que:  $0.74 \cdot f_{pu} = 14060 \frac{kg}{cm^2}$

$\therefore con1 = "cumple"$





En estado elástico, los esfuerzos en las fibras extrema superior e inferior de la sección ( $f_t, f_b$ ), están dadas por las siguientes expresiones de flexión básica en estado elástico:

$W_D := A_c \cdot \gamma = 7.8 \frac{kg}{cm}$	:Peso propio de la viga por unidad de longitud
$M_D := W_D \cdot \frac{L^2}{8} = 1404000 \text{ kg} \cdot cm$	:Momento flector máximo por peso propio
$C_t := 0.5 \cdot h = 32.5 \text{ cm}$	:Distancia desde la L.N. a la fibra superior
$C_b := 0.5 \cdot h = 32.5 \text{ cm}$	:Distancia desde la L.N. a la fibra inferior
$S_t := \frac{I_x}{C_t} = 35208.333 \text{ cm}^3$	:Módulo de la sección respecto a la fibra superior
$S_b := \frac{I_x}{C_b} = 35208.333 \text{ cm}^3$	:Módulo de la sección respecto a la fibra inferior
$r = 18.764 \text{ cm}$	:Radio de giro de la sección
$e = 26 \text{ cm}$	:Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo

Calculando los esfuerzos en el centro de la viga, que es donde actúa el Momento Máximo por peso propio:

$$f_t := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{e \cdot C_t}{r^2} \right) - \frac{M_D}{S_t} = 10.31 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo en fibra superior (+) Tracción

Esfuerzo maximo en tracción ( no en extremos)  $0.80 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 14.967 \frac{kg}{cm^2}$

res1 = "cumple"

$$f_b := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{e \cdot C_b}{r^2} \right) + \frac{M_D}{S_b} = -82 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo en fibra inferior (-) Compresión

Esfuerzo maximo en compresión ( no en extremos)  $0.60 \cdot f'_{ci} = 210 \frac{kg}{cm^2}$

res2 = "cumple"

Calculando los esfuerzos en los extremos de la viga, donde el peso propio no actúa:

$$f_{t1} := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{e \cdot C_t}{r^2} \right) = 50.19 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo en fibra superior (+) Tracción

Esfuerzo maximo en tracción ( en los extremos)  $1.60 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 29.933 \frac{kg}{cm^2}$

res3 = "no cumple"



$$fb1 := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{e \cdot C_b}{r^2} \right) = -121.9 \frac{kg}{cm^2}$$

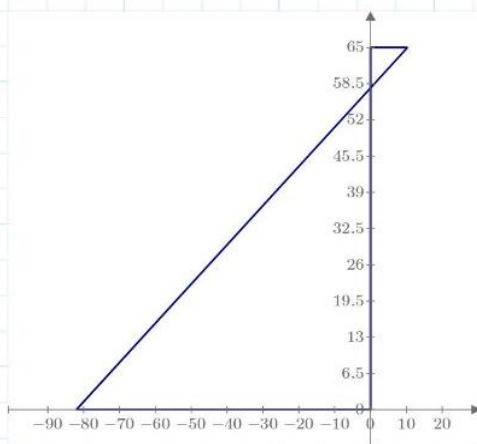
:Esfuerzo en fibra inferior (-) Compresión

Esfuerzo maximo en compresión ( en los extremos)  $0.70 \cdot f'ci = 245 \frac{kg}{cm^2}$

res4 = "cumple"

Graficos de Esfuerzos iniciales al cortar los cables, en la fibra superior e inferior ft - fb

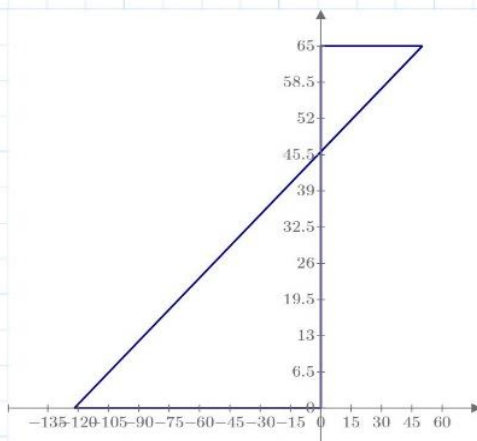
Grafico de Esfuerzos en la mitad de la viga



esfuerzos\_mitad (cm)

$$\underline{esf\_en\_x \left( \frac{kg}{cm^2} \right)}$$

Grafico de Esfuerzos en los extremos de la viga



esf\_extremos (cm)

$$\underline{esf2\_en\_x \left( \frac{kg}{cm^2} \right)}$$

**1.6 Diseño a flexión en resistencia ultima:**

$M_u := 73000 \text{ kg} \cdot \text{m}$  :MOMENTO FLECTOR EXTERIOR ACTUANTE SOBRE A VIGA

$F_y := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  :Esfuerzo de fluencia de acero normal

fps Se puede calcular con la siguiente fórmula siempre y cuando el esfuerzo efectivo de trabajo fpe luego de que se den las pérdidas, no sea menor a 0.50fpu, es decir el 50% del esfuerzo último especificado (19000kg/cm<sup>2</sup>) para aceros de grado 270ksi.

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right] \right)$$

$$\frac{f_{py}}{f_{pu}} = 0.901$$

$d_p := 0.5 \cdot h + e = 58.5 \text{ cm}$  :distancia de la fibra superior al centroide del cable

$\gamma_p = 0.28$  :usualmente para barras de pretensar

$\beta_1 := 1.05 - 0.05 \cdot \frac{f'_c}{70 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 0.76$  :Coeficiente para calcular la profundidad del bloque de compresion, en funcion de f'c

*\*En este caso no se utiliza acero adicional ni a tensión ni a compresión:*

$\therefore \rho' := 0$  :Cuantía de acero a compresión

$\therefore d' := 0 \text{ cm}$  :Peralte de acero a compresión

$\therefore \rho := 0$  :Cuantía de acero a tensión

$\therefore d := 0 \text{ cm}$  :Peralte de acero a tensión

$\rho_p$ : Cuantía de Acero de preesfuerzo

$$\rho_p := \frac{A_p}{b \cdot d_p} = 0.0028$$

\*solo cuando  $w' > 0$ , el siguiente termino debe tomarse como mínimo 0.17  $\left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right]$

$$w := \rho \cdot \frac{F_y}{f'_c} = 0$$

$$w' := \rho' \cdot \frac{F_y}{f'_c} = 0$$

$$\therefore \text{cond} := \left( \rho_p \cdot \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \cdot (w - w') \right) = 0.135$$

$$\therefore \text{val} := \text{if}(w' > 0 \wedge \text{cond} \leq 0.17, 0.17, \text{cond}) = 0.135$$

\*y tambien d' no debe ser mayor a  $0.15 d_p$ , de no cumplirse esto,  $w'$  se toma = 0  $d' := 0 \text{ cm}$   $0.15 \cdot d_p = 8.775 \text{ cm}$   
 $\therefore \text{con} = \text{"cumple"}$





$$\therefore f_{ps} := f_{pu} \cdot \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \cdot (val) \right) = 18059.3 \frac{kg}{cm^2}$$

$$a := \frac{A_p \cdot f_{ps}}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = 8.84 \text{ cm}$$

$$\therefore Mn := A_p \cdot f_{ps} \cdot \left( d_p - \frac{a}{2} \right)$$

$$\therefore \phi Mn := 0.9 \cdot Mn = 73149 \text{ kg} \cdot m \quad : \text{ Cuando solo hay cable de pretensado}$$

$$Demand\_capacidad := \frac{Mu}{\phi Mn} \cdot 100 = 100 \quad : \% \text{ al que trabaja la sección}$$

$\therefore$  *conclusión* = "LA SECCIÓN SI RESISTE"



### 3.3: Diseño a cortante

A pesar que no se conoce con profundo detalle el análisis a cortante, el ACI presenta algunas expresiones para calcularlo:

$$\phi V_n \geq V_u$$

$$V_n = V_c + V_s$$

Se puede calcular el cortante último a una distancia  $h/2$ , medido desde la cara del apoyo, donde  $h$  es la altura del elemento, siempre y cuando se cumpla lo siguiente:

- a) “La reacción en el apoyo en dirección al cortante aplicado, introduce compresión en las zonas extremas del elemento
- b) Las cargas son aplicadas en o cerca de la cara superior del elemento
- c) Ninguna carga concentrada se aplicara entre la cara del apoyo y la ubicación de la sección crítica definida.”

La resistencia a cortante, se basa en el esfuerzo de cortante de la sección transversal efectiva es decir, el esfuerzo resistente del área delimitada por el ancho  $b_w$  y la altura  $d$ , como se muestra en el grafico (ver Ilustración 19), debe ser mayor o igual a  $0.8h$ .



Ilustración 19: Sección transversal efectiva para corte (Carrasco Castro 2010)

“Para elementos que tengan una fuerza efectiva de preesforzado no menor al 40% de la resistencia a flexión, a menos que se efectue un cálculo más detallado”

$$V_c = \left( 0.16\lambda\sqrt{f'c} + 49 \frac{V_u d_p}{M_u} \right) b_w d$$

Pero se debe cumplir que:

$$0.53\lambda\sqrt{f'c}b_w d \leq V_c \leq 1.33\lambda\sqrt{f'c}b_w d$$





$$\frac{V_u d_p}{M_u} \leq 1.0 \text{ Donde } \mu \text{ se presenta igual con } V_u \text{ en la sección}$$

$\lambda$ : Factor de las variaciones de las propiedades mecánicas del hormigón,  $\lambda = 1$  para hormigones de peso normal

$d_p$ : Distancia desde la fibra extrema en compresión al centroide del acero de preesfuerzo

El ACI indica que “esta fórmula es más aplicable a elementos sometidos a carga uniforme y puede dar resultados conservadores, cuando se aplica a vigas compuestas para puentes”

Adicionalmente se puede realizar otras verificaciones para  $V_c$ , el ACI da fórmulas alternativas para el análisis para esfuerzos que causan agrietamiento por flexión-cortante ( $V_{ci}$ ) y cortante en el alma ( $V_{cw}$ ). Indica que: la resistencia del hormigón  $V_c$  debe ser menor o igual a  $V_{ci}$  y  $V_{cw}$ .

Si el hormigón no es capaz de resistir los esfuerzos a cortante, es necesario colocar acero transversal para resistir el esfuerzo excedente, se puede colocar estribos, o en algunos casos donde el alma es muy pequeña malla electrosoldada.

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s}$$

$A_v$ : Área de refuerzo por cortante, si es estribo cerrado de 2 ramas será el área de la suma de las 2 ramas.

$f_{yt}$ : Esfuerzo de fluencia del refuerzo por cortante

$d$ : Distancia de la fibra extrema hasta el centroide del acero a tracción

$s$ : Espaciamiento del acero transversal por cortante

También debe cumplirse que:

$$V_s < 2.2\sqrt{f'_c}b_w d$$

También el ACI fija límites para separación máxima y mínima en elementos pretensados, para refuerzo perpendicular no debe ser mayor a  $0.75h$  o  $60\text{cm}$ . Si  $V_s \geq 1.1\sqrt{f'_c}b_w d$  las separaciones máximas indicadas deben reducirse a la mitad. Si  $V_u \geq 0.5V_c$  debe colocarse refuerzo mínimo a cortante, caso contrario el hormigón resistirá los esfuerzos de cortante.

Siempre que no exista torsión, o esta sea despreciable:



$$A_{v,min} = 0.2\sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}}$$

Pero

$$A_{v,min} \geq 3.5 \frac{b_w s}{f_{yt}}$$

Para elementos preesforzados que tengan una fuerza de preesfuerzo efectiva (luego de las pérdidas) mínima del 40% de la resistencia a la tracción del acero de flexión se debe cumplir que:

$$A_{v,min} \geq \frac{A_p f_{pu} s}{80 f_{yt} d} \sqrt{\frac{d}{b_w}}$$

Dónde:

$A_p$ : Área del acero de preesfuerzo

$f_{pu}$ : Resistencia ultima del acero de preesfuerzo



## DISEÑO A CORTANTE:

Simbología:

Datos ingresados:

Resultados:

CONSIDERACIONES: Como se menciono antes; aqui se esta analizando únicamente la resistencia del hormigon. Puesto que por razones cosntructuvas para el trazado, se trata de evitar colocar refuerzo de corte, en caso que solo el hormigon por si solo no resista se calculará el mismo.

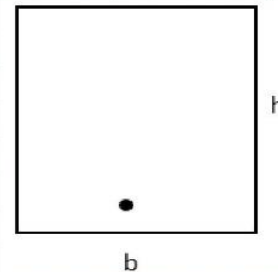
### 1) SECCIÓN RECTANGULAR:

$V_u := 22000 \text{ kg}$  :CORTANTE EXTERNO ACUTANTE

#### 1.1-.introduccion de datos por el usuario

Geometria de la sección

$b := 50 \text{ cm}$  : ancho de sección  
 $h := 65 \text{ cm}$  : altura de la sección  
 $L := 12 \text{ m}$  : Logitud de la viga considerada



#### 1.2-.Dtaos adicionales :

$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  :Resistencia de diseno del hormigón

$M_u := 73000 \text{ kg} \cdot \text{m}$  :Momento actuante de Flexión

$e := 26 \text{ cm}$  :Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo

$d_p := 0.5 \cdot h + e = 58.5 \text{ cm}$  :distanncia de la fibra superior al centroide del cable,  
 ( dato del análisis a flexión)

$\phi_c := 0.75$  :Coeficiente de reducción para cortante

#### 1.2.1 Datos para refuerzo a corte (necesario solo en caso extremo)

$\phi_{cort} := 0 \text{ mm}$  :Diametro de las varillas

$A_v := 2 \cdot \pi \cdot \frac{\phi_{cort}^2}{4} = 0 \text{ cm}^2$  :Area de las 2 ramas de cortante



$$F_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Esfuerzo de fluencia del acero para cortante}$$

$$S := 30 \text{ cm} \quad \text{:Espaciamiento minimo establecido entre estribos}$$

### 1.3.-Análisis a cortante:

"En elementos preesforzados con una fuerza activa mínima del 40% de la resistencia a la tracción del refuerzo de flexión, se toma el valor dado por la siguiente expresión;

$$V_c = \left( 0.16\lambda\sqrt{f'_c} + 49 \frac{V_u d_p}{M_u} \right) b_w d \quad b_w := b = 50 \text{ cm}$$

$\lambda$ : Factor de las variaciones de las propiedades mecánicas del hormigón,  $\lambda=1$  para hormigones de peso normal

"Para este análisis se asume que  $M_u$  ocurre conjuntamente con  $V_u$ "

$$V_c := \left( 0.16 \cdot 1 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} + 49 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{V_u \cdot d_p}{M_u} \right) \cdot b_w \cdot d_p$$

$$V_c = 34628 \text{ kg}$$

\*Pero se debe cumplir que:

$$0.53\lambda\sqrt{f'_c} b_w d \leq V_c \leq 1.33\lambda\sqrt{f'_c} b_w d$$

$$0.53 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \cdot b_w \cdot d_p = 31005 \text{ kg} \quad \blacksquare \leq V_c \leq \blacksquare 1.33 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \cdot b_w \cdot d_p = 77805 \text{ kg}$$

$\therefore \text{con}1 = \text{"cumple"}$

\*tambien debe cumplir que:

$$\frac{V_u \cdot d_p}{M_u} \leq 1 \quad \therefore \text{con} = \text{"cumple"} \quad \frac{V_u \cdot d_p}{M_u} = 0.176$$

$$\therefore \phi_c \cdot V_c = 25971 \text{ kg} \quad \text{:Resistencia solo del concreto}$$

$$\text{Demanda\_capacidad} := \frac{V_u}{\phi_c \cdot V_c} \cdot 100 = 84.709 \quad \text{: \% al que trabaja la sección}$$

$\therefore \text{conclusión} = \text{"LA SECCIÓN RESISTE(hormigón)"}$



Calculo de resistencia a cortante de acero de corte, solo si el hormigon no resiste

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad f_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Esfuerzo de fluencia del acero de corte}$$

$$S = 30 \text{ cm} \quad \text{:Espaciamiento mínimo establecido}$$

$$\therefore V_s := \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d_p}{S} \quad \text{:Resistencia solo del acero de cortante}$$

$$\therefore \phi_c \cdot V_s = 0 \text{ kg}$$

\*pero se debe cumplir que:  $V_s < 2.2\sqrt{f'c}b_w d$

$$V_s < 2.2 \cdot \sqrt{f'c} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot b_w \cdot d_p$$

$\therefore \text{con} 5 = \text{"cumple"}$

$$\therefore \phi V_n := \phi_c \cdot V_s + \phi_c \cdot V_c = 25971.3 \text{ kg} \quad \text{:Resistencia nominal por cortante del acero y homigón}$$



### 3.4: Diseño a torsión

Para el análisis a torsión se considera obtener un trazado parabólico a largo de toda la viga, para contrarrestar el momento Torsor exterior. Este trazado podrá constar de dos parábolas completas, o de dos medias parábolas; ubicadas en sentidos opuestos y en distintos planos superior e inferior de la sección, las parábolas originarán una fuerza de deflexión/desvío “ $q$ ”, la misma que es una fuerza distribuida hacia su lado cóncavo según la curvatura de la trayectoria. Estas fuerzas equipararan únicamente el momento Torsor exterior actuante, así pues realizaremos el análisis del trazado para diferentes secciones como: rectangular, rectangular hueca, T, doble T y una I, y para las mismas se definirá tanto el trazado optimo como la fuerza de pretensado  $P$  necesaria; fuerza que deberá ser la que se requiere luego de haber restado las pérdidas; cabe recalcar que el trazado de las parábolas no será desde los extremos/esquinas de la sección, sino respetando un pequeño recubrimiento establecido  $b', h'$ , esto debido a que constructivamente podría ser complicado realizar el trazado desde las esquinas, como se puede ver en la Ilustración 21.

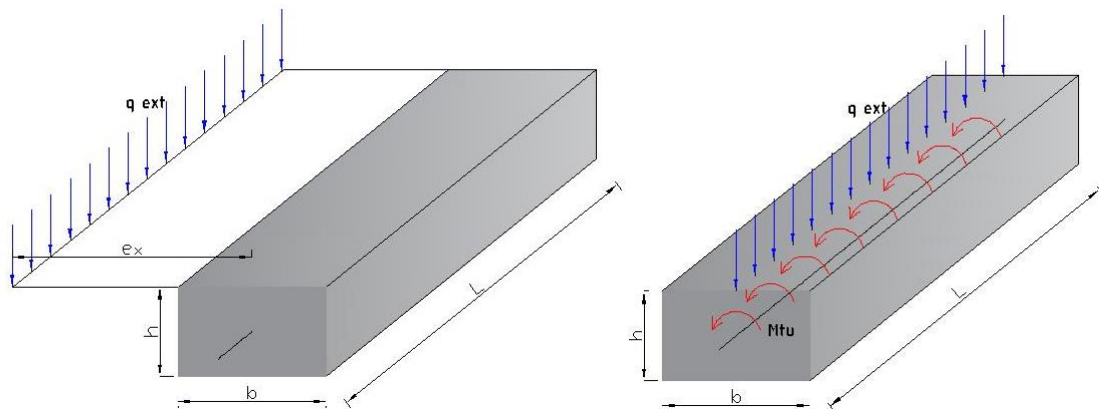


Ilustración 20: Perspectiva de la viga y los esfuerzos generados debido a una fuerza excéntrica

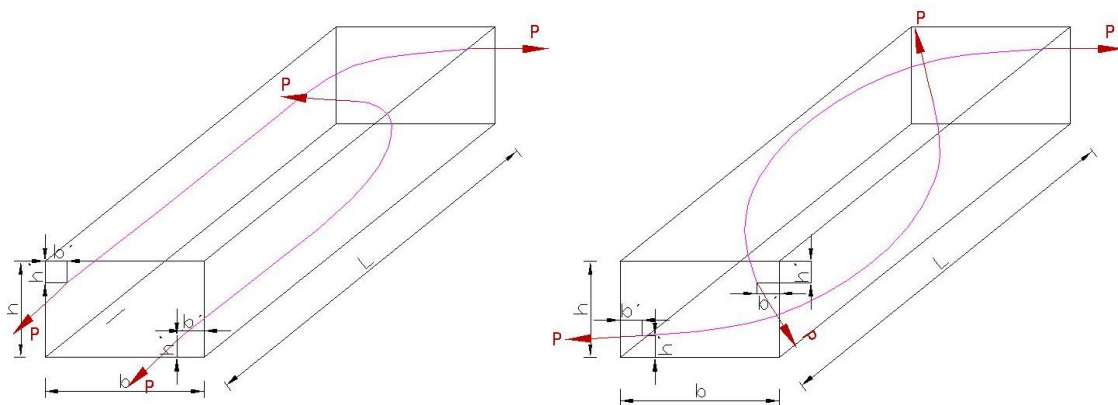


Ilustración 21: Perspectiva del trazado parabólico con medias parábolas y parábolas enteras, donde  $P$  es la fuerza de pretensado de los cables

Para analizar el comportamiento de las fuerzas internas dentro de una viga pretensada con trazado parabólico, empezaremos asumiendo que tenemos un

trazado definido por la siguiente ecuación  $y = ax^2 - y_0$  y tomando en cuenta los siguientes aspectos:

El cable de pretensado ejerce sobre el hormigón:

- Fuerzas concentradas en la zona de transferencia P1 y P2 si se trata de un elemento preteso, o concentradas en los anclajes en caso de tratarse de un elemento posteso.
- Fuerzas normales al cable debidas a la curvatura  $n$ , y fuerzas tangenciales al mismo, debidas al rozamiento  $t$ ; resultando equivalente al de las fuerzas que ejerce un cable sobre una polea como se ve en la Ilustración 22.

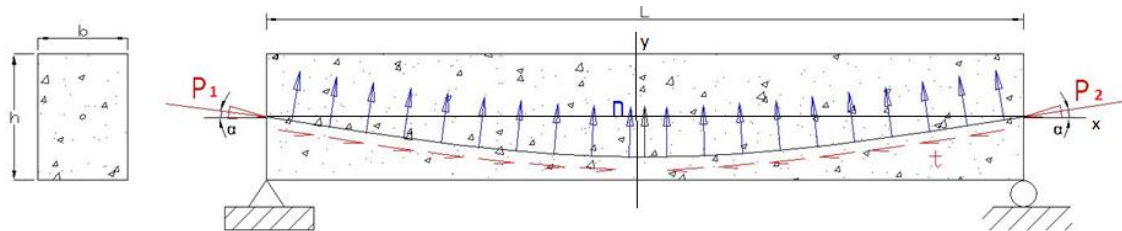


Ilustración 22: Fuerzas equivalentes de pretensado

Ahora si planteamos un sistema equivalente de fuerzas en centro de la viga (ver Ilustración 23), las ecuaciones de equilibrio representadas en el plano x,y, el sistema resulta en las siguientes fuerzas equivalentes:

$$q = n \cdot \cos(\alpha) + t \cdot \sin(\alpha)$$

$$h = f_n \cdot \sin(\alpha) + f_t \cdot \cos(\alpha)$$

$$m = h \cdot (Y_{cdg} - Y_p)$$

Los ángulos son muy pequeños: (10-15°):  $\cos \alpha \approx 1 \therefore \sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha \text{ (rad)}$

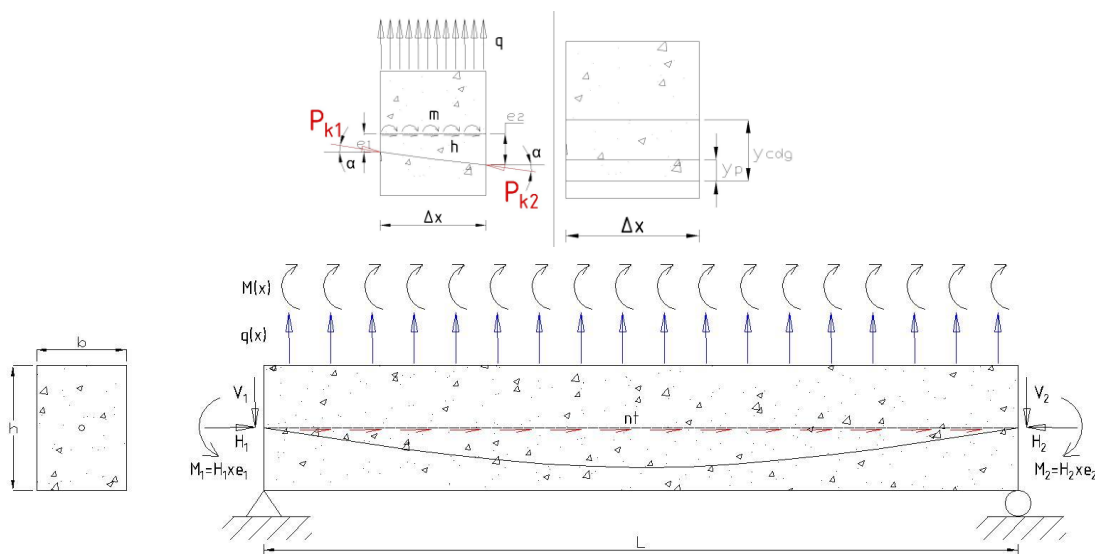


Ilustración 23: Fuerzas equivalentes de pretensado proyectadas en x,y referidas al centro de gravedad de la sección



Dónde:

$\alpha$ : Ángulo que forma el cable de pretensado respecto de la horizontal

$y_p$ : Distancia de la fibra de pretensado respecto una fibra de referencia cualquiera

$y_{cdg}$ : Distancia del centro de gravedad de la sección a una fibra de referencia arbitraria

Al analizar una rebanada infinitesimal de sección, las fuerzas  $q, m, h$  se las puede asumir como constantes, y así el equilibrio interno de un elemento sometido a preesfuerzo ya sea preteso o posteso queda como muestra la Ilustración 24.

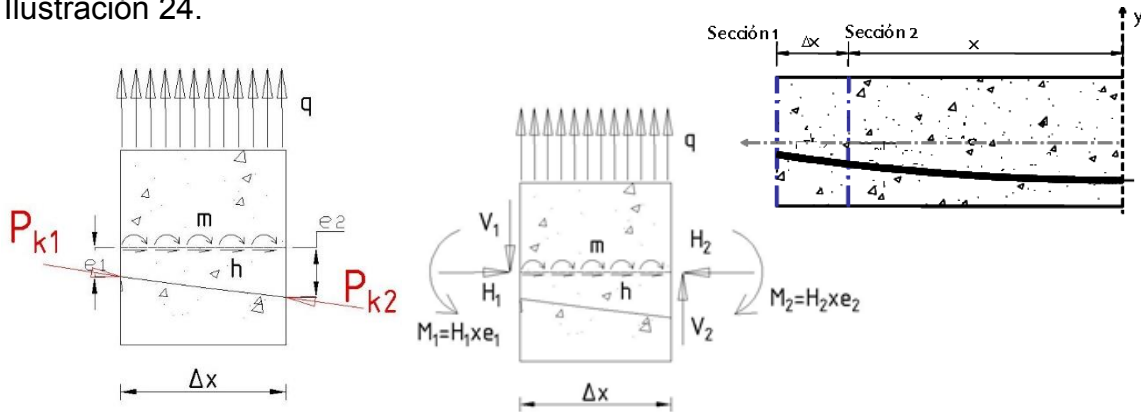


Ilustración 24: Fuerzas de pretensados actuantes en una rebanada

En sección 1:

$$y_1 = -e_1 = a(x + \Delta x)^2 - y_0$$

$$y_1 = e_1 = -a(x + \Delta x)^2 + y_0$$

$$y'_1 = \tan \alpha_1 = \sin \alpha_1 = -2a(x + \Delta x)$$

En Sección 2:

$$y_2 = -e_2 = ax^2 - y_0$$

$$y_2 = e_2 = -ax^2 + y_0$$

$$y'_2 = \tan \alpha_2 = \sin \alpha_2 = -2ax$$

Realizando el equilibrio de fuerzas para estas secciones, resulta:

Equilibrio de fuerzas verticales:

$$q\Delta x - V_1 + V_2 = 0 \rightarrow q = \frac{V_1 - V_2}{\Delta x} = \frac{P_{k1} \sin \alpha_1 - P_{k2} \sin \alpha_2}{\Delta x}$$

Como los ángulos son muy pequeños, se obtiene:

$$q = \frac{P_{k1} \sin \alpha_1 - P_{k2} \sin \alpha_2}{\Delta x} \approx \frac{P}{\Delta x} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \approx \frac{P}{\Delta x} (-2a(x + \Delta x) + 2ax) = -2aP$$





Ya que la parábola es de segundo grado, y su ecuación fue definida como:  $y = ax^2 - y_0$ , así su segunda derivada se expresa como:

$$y'' \approx \frac{1}{r} = 2a \text{ De modo que:}$$

$$\text{Si } q = -2aP \wedge \frac{1}{r} = 2a \text{ entonces resulta que : } q = \frac{1}{r} * P = \frac{P}{r}$$

Entonces se observa que la fuerza de desvío “q”, producida por el pretensado es igual a la fuerza axial P dividida para el radio de curvatura, siendo lo mismo que ocurre en una polea o un tubo sometido a presión.

Equilibrio de fuerzas horizontales:

$$h\Delta x + H_1 - H_2 = 0 \rightarrow h = \frac{H_2 - H_1}{\Delta x} = \frac{P_{k2} \cos \alpha_2 - P_{k1} \cos \alpha_1}{\Delta x}$$

$$h = \frac{P_{k2} \cos \alpha_2 - P_{k1} \cos \alpha_1}{\Delta x} \approx \frac{P}{\Delta x} (1 - 1) = 0$$

Con esto se ve que, puesto que el  $\cos \alpha = 1$ , no se necesita fuerza horizontal para producir el equilibrio y por lo tanto  $h = 0$ .

Equilibrio de momentos:

$$y_1 = e_1 = -a(x + \Delta x)^2 + y_0 = y_0 - ax^2 - 2ax\Delta x + a\Delta x^2$$

$$y_2 = e_2 = y_0 = -ax^2$$

$$m = \frac{(P_{k2} \cos \alpha_2)e_2 - (P_{k1} \cos \alpha_1)e_1}{\Delta x} + \frac{P_{k1} \sin \alpha_1 + P_{k2} \sin \alpha_2}{2} \\ \approx P(2ax + a\Delta x) + P \frac{(-2ax - 2a(x + \Delta x))}{2} = 0$$

Esto indica que como  $m$  es el momento producido por  $h$ , que como se acabó de demostrar es 0, así pues de forma simplificada las fuerzas equivalentes de pretensado se reducen a:

- Fuerzas concentradas en los anclajes o zona de transmisión, ya sea que se trate de elementos postesos o pretesos, respectivamente.
- Para cada tramo de parábola, una fuerza vertical constante es igual a la fuerza de pretensado dividida por el radio de curvatura de la parábola, en tramos rectos (elementos pretesos) la fuerza de desvío “q” es nula, ya que el radio de curvatura sería infinito ( $r = \infty$ ).



### 3.4.1 Deducción de trazado parabólico y fuerza de pretensado P

#### 3.4.1.1 Parábolas completas:

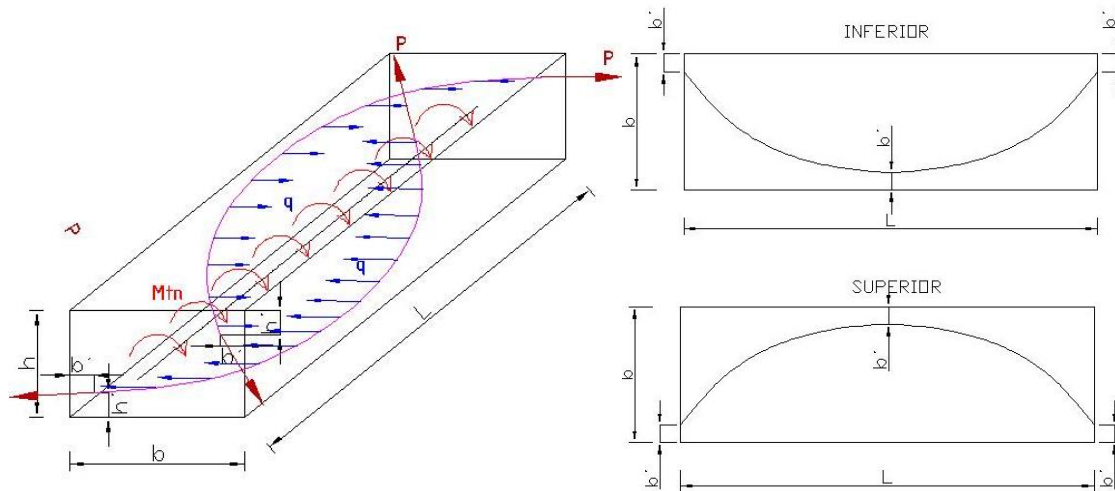


Ilustración 25: Planteamiento del trazado para realizar el análisis con parábolas completas

Tomando como referencia la Ilustración 25 y realizado equilibrio de momentos en esta sección rectangular, que está sometida a fuerza exterior  $q_{ext}$ , a una distancia  $e_x$  establecida desde el centro de la sección; el cual provoca un momento Torsor externo  $M_{tu}$ , y el momento que producen los cables de pretensado parabólicos  $M_{tn}$ , para una viga de longitud L resulta:

$$M_{tu} = q_{ext} * e_x * L$$

$$M_{tn} = q * (h - 2h')L$$

$$M_{tu} \approx M_{tn}$$

$$\frac{M_{tn}}{L} = q * (h - 2h') = q_{ext} * e_x = \frac{M_{tu}}{L}$$

Dónde:  $h'$ ,  $b'$ : representan el recubrimiento establecido para los cables

Como ya se demostró:  $y'' \approx \frac{1}{r}$ ; también  $q = \frac{P}{r}$

$$\therefore q = P * z'' = P * \frac{d^2z}{dx^2}$$

Entonces:

$$\frac{M_{tu}}{L} = P * \frac{d^2z}{dx^2} * (h - 2h')$$

$$\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{M_{tu}}{L * P * (h - 2h')}$$

La integración de esto resulta en:



$$\frac{dz}{dx} = \frac{M_{tu}}{L * P * (h - 2h')} * x + c1$$

Y por lo tanto la ecuación del trazado parabólico es:

$$Z(x) = \frac{M_{tu}}{L * P * (h - 2h')} * x^2 + c1 * x + c2$$

Equilibrio para un elemento diferencial en una viga isostática,(ver Ilustración 26).

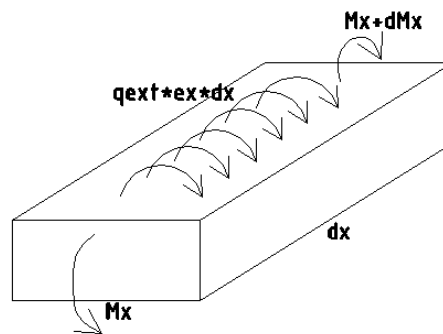


Ilustración 26: Elemento diferencial de viga y sus esfuerzos actuantes

Convención de signos utilizada; positivo: giro a favor de las agujas del reloj, negativo: giro anti-horario

$$\therefore -Mx + Mx + dMx - q_{ext} * e_x * dx = 0$$

$$\therefore \frac{d(Mx)}{dx} = q_{ext} * e_x$$

$$\therefore M(x) = q_{ext} * e_x * x + c$$

$$M(0) = 0 \therefore c = 0$$

$$\therefore M(x) = q_{ext} * e_x * x$$

Ahora para obtener las dos constantes c1 y c2 de la ecuación del trazado parabólico deducida anteriormente, imponemos las siguientes condiciones de frontera;

1.) Para obtener c2:

En x=0, y= -b+b'; entonces:

$$Z(0) = \frac{M_{tu}}{L * P * (h - 2h')} * 0^2 + c1 * 0 + c2 = -b + b'$$

Dónde:

$$c2 = -b + b'$$

2.) Para obtener c1:

En x=L, y= -b+b'; entonces:



$$Z(L) = \frac{M_{tu}}{L * P * (h - 2h')} * L^2 + c1 * L + c2 = -b + b'$$

Dónde:

$$c1 = \frac{-M_{tu}}{2 * P * (h - 2h')}$$

3.) Para obtener P:

En  $x=0.5L$ ,  $y= -b'$  entonces:

$$Z\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{M_{tu}}{4 * L * P * (h - 2h')} * L^2 + c1 * \frac{L}{2} + c2 = -b'$$

Luego con las 2 constantes obtenidas  $c1$ ,  $c2$ , se reemplazan en la ecuación de trazado, donde se obtiene P.

$$\therefore P = \frac{-M_{tu} * L}{8 * (b - 2b') * (h - 2h')}$$

Y finalmente reemplazando el valor de P y las constantes  $c1$  y  $c2$ , se obtiene la ecuación de trazado resultante en términos de  $M_{tu}$ , L, P, h,  $h'$ , b y  $b'$  :

$$\therefore Z(x) = \frac{M_{tu}}{2 * L * P * (h - 2h')} * x^2 - \frac{M_{tu}}{2 * P * (h - 2h')} * x - b + b'$$

Y también se puede obtener la ecuación de trazado  $Z(x)$  en otra forma un poco más simplificada, es decir solo en términos de b,  $b'$  y L, al reemplazar el valor de P en la ecuación anterior:

$$\therefore Z(x) = -\frac{4 * (b - 2b')}{L^2} * x^2 + \frac{4 * (b - 2b')}{L} * x - b + b'$$

### 3.4.1.2 Medias parábolas:

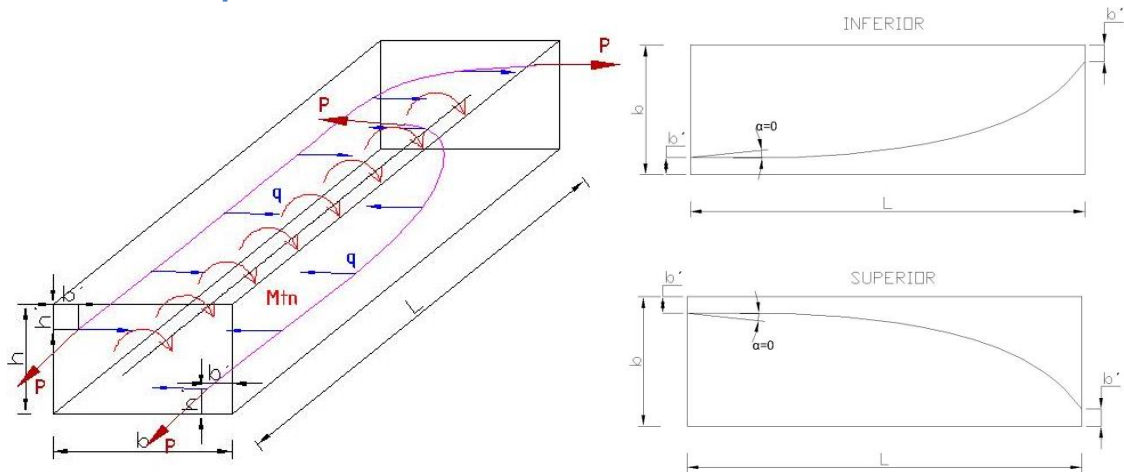


Ilustración 27: Planteamiento del trazado para realizar el análisis con medias parábolas

Haciendo referencia a la Ilustración 27 y siguiendo los mismos pasos anteriores se puede obtener una ecuación de trazado con medias parábolas a lo largo de la viga, con tan solo establecer como primera condición de frontera que la  $\tan(\alpha)=0$ , es decir que en el extremo inicial la parábola tenga un ángulo  $\alpha=0$ , con lo cual el análisis se simplifica en gran medida ya que  $c_1$  sería igual a 0, siguiendo el siguiente proceso.

Como ya se demostró haciendo el análisis de equilibrio se llega a esta expresión:

$$Z(x) = \frac{M_{tu}}{L * P * (h - 2h')} * x^2 + c_1 * x + c_2$$

Aplicando la primera condición  $\alpha=0$ , es decir  $\tan \alpha=0$ , entonces

$$\frac{dz(0)}{dx} = \frac{M_{tu}}{L * P * (h - 2h')} * 0 + c_1 = 0 \quad \therefore \quad c_1 = 0$$

Para obtener  $c_2$  se establece que:

En  $x=0$ ,  $y=-b'$ ; entonces:

$$Z(0) = \frac{M_{tu}}{L * P * (h - 2h')} * 0^2 + 0 + c_2 = -b'$$

Dónde:

$$c_2 = -b$$



Para obtener P imponemos una última condición de modo que:

En  $x=L$ ,  $y= -b+b'$ ; entonces con las 2 constantes que se obtuvo se plantea:

$$Z(L) = \frac{M_{tu}}{L * P * (h - 2h')} * L^2 + 0 - b' = -b + b'$$

Donde se despeja P:

$$P = \frac{M_{tu} * L}{2 * (2b' - b) * (h - 2h')}$$

De este modo la ecuación de trazado resultante es la siguiente en términos de  $M_{tu}$ , L, P, h, h', b':

$$Z(x) = \frac{M_{tu}}{2 * L * P * (h - 2h')} * x^2 - b'$$

Tentativamente podríamos decir que estos trazados de tipo horizontal, ya sea con parábolas completas o medias; pueden resultar muy eficientes para secciones con ancho b grandes, quizá mayores a 30cm; por el hecho de que para secciones con anchos pequeños, resultaría muy complejo realizar el trazado en obra, y como consecuencia de eso no se obtendrían resultados satisfactorios para torsión.

En definitiva de cualquier manera como se tome el trazado, en el análisis tendrán gran influencia: el brazo de palanca que exista entre las parábolas, los recubrimientos establecidos (b',h') y consecuentemente la amplitud o distancia que se posee para plasmar la trayectoria parabólica del cable; reiterando nuevamente que, mientras mayor sea el ancho b(en el caso de trazado horizontal), o el peralte de la sección (en caso de trazado vertical); se hará mucho más fácil la realización del trazado en obra.

### **Trazado opcional en las caras verticales de la sección:**

Cabe destacar también que una sección rectangular b,h; los trazados no solo se pueden plantear en planos horizontales como se ha hecho hasta ahora, sino que también se los puede obtener en planos verticales de la sección; es decir, en las caras frontal y posterior paralelas a la altura h, de modo que, planteando el mismo sistema de análisis anterior e imponiendo los mismos recubrimientos; el análisis tanto del trazado como de su fuerza P resulta en las siguientes



expresiones, siendo las mismas a las antes obtenidas pero con un cambio en las constantes de recubrimiento:

Para trazado con parábolas completas:

$$P = \frac{-M_{tu} * L}{8 * (h - 2h') * (b - 2b')}$$
$$Y(x) = \frac{M_{tu}}{2 * L * P * (b - 2b')} * x^2 - \frac{M_{tu}}{2 * P * (b - 2b')} * x - h + h'$$

Para trazados con medias parábolas:

$$P = \frac{M_{tu} * L}{2 * (2h' - h) * (b - 2b')}$$
$$Y(x) = \frac{M_{tu}}{2 * L * P * (b - 2b')} * x^2 - h'$$

No obstante puede ser que este trazado no sea tan eficiente constructivamente, sin embargo podría ser útil para vigas de gran peralte grande, ya que como se expresó antes, estas permitirían realizar el trazado de forma más amplia y con mayor facilidad.



## DISEÑO A TORSIÓN :

Simbología:

Datos ingresados:

Resultados:

## 1) TRAZADO CARAS SUPERIOR E INFERIOR -SECCIÓN RECTANGULAR- PARABOLAS ENTERAS

## 1.1 Datos de la sección:

$$h := 65 \text{ cm}$$

$$b := 50 \text{ cm}$$

$$h' := 7 \text{ cm}$$

$$b' := 5 \text{ cm}$$

:Recubrimientos

$$L := 12 \text{ m}$$

:Luz de viga

$$e_x := 50 \text{ cm}$$

:Brazo de torsión

$$P_{ext} := 30000 \text{ kg}$$

:Carga puntual externa aplicada a una distancia  $e_x$  del centro de la viga

$$q_{ext} := \frac{P_{ext}}{L} = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

:Carga actuante en un extremo de la viga a lo largo de su longitud para producir torsion

$$M_{tu1} := q_{ext} \cdot e_x \cdot L = 15000 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

:Momento isostatico de torsion

$$bt := h - 2 \cdot h' = 51 \text{ cm}$$

:Brazo de palanca entre cables de torsión

$$Ampl := b - 2 \cdot b' = 40 \text{ cm}$$

:Amplitud/ancho para trazar las parábolas

## 1.2 Tipo Acero de preesfuerzo: "Acero de 7 torones de 0.6 pulgadas"

$$f_{pu} := 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A := 1.387 \text{ cm}^2$$

:Area de 1 cable (7 torones)

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\#cables := 2$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 2.774 \text{ cm}^2$$

:Area total del acero usado:

## 1.3 Resistencia a Torsión del hormigón

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{cp} := h \cdot b = 3250 \text{ cm}^2$$

:Area de sección transversal

$$P_{cp} := 2 \cdot (h + b) = 230 \text{ cm}$$

:Perímetro de sección transversal





$$T_{cr} := 4 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{lb}{in^2}} \cdot \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} = 845529.12 \text{ lb} \cdot in$$

$$\therefore T_{cr} = 9742 \text{ kg} \cdot m \quad : \text{Momento torsor de agrietamiento}$$

$M_{tu}$  final restando la contribución del hormigón:

$$M_{tu} := M_{tu1} - T_{cr} = 5258 \text{ kg} \cdot m$$

#### 1.4 Ecuacion del trazado y de la fuerza P de pretensado requerida:

$$P := \frac{-M_{tu} \cdot L}{8 \cdot (h - 2 \cdot h') \cdot (b - 2 \cdot b')} = -38665 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza de tensado necesaria en el cable}$$

$$\therefore P_f := 1.10 \cdot P = -42532 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza P final necesaria considerando que habra un 10\% de perdidas instantáneas}$$

$$\therefore f_{pi} := \frac{P_f}{A_p} = -15332 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Esfuerzo inicial de tensado necesario, luego de haber restado las perdidas instantaneas}$$

$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot L \cdot P \cdot (h - 2 \cdot h')} \cdot x^2 + \frac{4 \cdot (b - 2 \cdot b') \cdot x}{L} - b + b' \right) \quad : \text{Ecuación final del trazado, para las caras superior e inferior}$$

$$z(0 \text{ m}) = -45 \text{ cm}$$

$$z(L) = -45 \text{ cm}$$

$$z(0.5 \cdot L) = -5 \text{ cm}$$

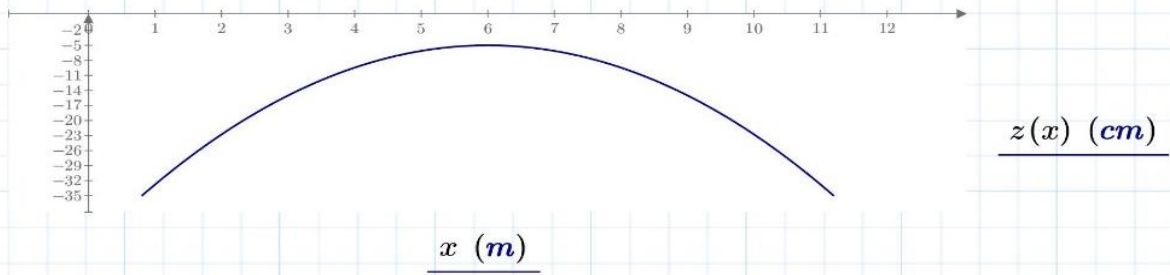
$$Z(x) := k1 \cdot x^2 + k2 \cdot x + k3 \quad : \text{Ecuacion q se forma}$$

$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot L \cdot P \cdot (h - 2 \cdot h')} \cdot x^2 - \frac{M_{tu} \cdot x}{2 \cdot P \cdot (h - 2 \cdot h')} - b + b' \right)$$

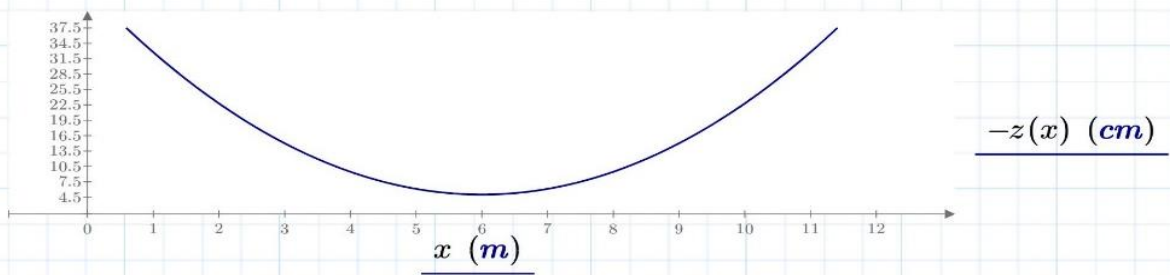
$$z1(x) := \left( \frac{-4 \cdot (b - 2 \cdot b')}{L^2} \cdot x^2 + \frac{4 \cdot (b - 2 \cdot b')}{L} \cdot x - b + b' \right)$$



Trazado de vista cara superior:



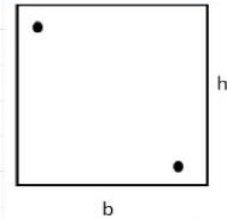
Trazado de vista cara inferior:





## ANÁLISIS CON TRAZADO ALTERNATIVO VERTICAL

### 1) SECCION RECTANGULAR - TRAZADO CARAS FRONTAL e POSTERIOR - MEDIAS PARABOLAS



#### 1.1 Datos de la sección

$$h := 65 \text{ cm}$$

$$b := 50 \text{ cm}$$

$$h' := 5 \text{ cm}$$

$$b' := 7 \text{ cm}$$

:Recubrimientos

$$L := 12 \text{ m}$$

:Luz de viga

$$e_x := 50 \text{ cm}$$

:Brazo de torsión

$$P_{ext} := 30000 \text{ kg}$$

:Carga puntual externa aplicada a una distancia  $e_x$  del centro de la viga

$$q_{ext} := \frac{P_{ext}}{L} = 25 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

:Carga actuante en un extremo de la viga a lo largo de su longitud para producir torsion

$$M_{tu1} := q_{ext} \cdot e_x \cdot L = 15000 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

:Momento isostatico de torsion

$$bt := b - 2 \cdot b' = 36 \text{ cm}$$

:Brazo de palanca entre cables de torsión

$$Ampl := h - 2 \cdot h' = 55 \text{ cm}$$

:Amplitud/ancho para trazar las parábolas

#### 1.2 Tipo Acero de preesfuerzo: "Acero de 7 torones de 0.6 pulgadas"

$$f_{pu} := 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A := 1.387 \text{ cm}^2$$

:Area de 1 cable (7 torones)

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\#cables := 8$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 11.096 \text{ cm}^2$$
 :Area total del acero usado:

#### 1.3 Resistencia a Torsión del hormigón

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{cp} := h \cdot b = 3250 \text{ cm}^2$$

:Area de sección transversal

$$P_{cp} := 2 \cdot (h + b) = 230 \text{ cm}$$

:Perímetro de sección transversal

$$T_{cr} := 4 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}} \cdot \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} = 845529.12 \text{ lb} \cdot \text{in}$$



$$\therefore T_{cr} = 9742 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad \text{:Momento torsor de agrietamiento}$$

$M_{tu}$  final restando la contribución del hormigón:

$$M_{tu} := M_{tu1} - T_{cr} = 5258 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

#### 1.4 Ecuacion del trazado y de la fuerza P de pretensado requerida:

$$P := \frac{M_{tu} \cdot L}{2 \cdot (b - 2b') \cdot (2h' - h)} = -159347 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza de tensado necesaria en el cable, luego de haber restado perdidas}$$

$$\therefore P_f := 1.10 \cdot P = -175282 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza P final necesaria considerando que habra un 10% de perdidas instantáneas}$$

$$\therefore f_{pi} := \frac{P_f}{A_p} = -15797 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Esfuerzo inicial de tensado necesario, luego de haber restado las perdidas instantaneas}$$

$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot P \cdot L \cdot (b - 2b')} \cdot x^2 - h' \right) \quad \text{:Ecuación final del trazado, para las caras superior e inferior solo habra que cambiarle el signo}$$

$$z(0 \text{ m}) = -5 \text{ cm}$$

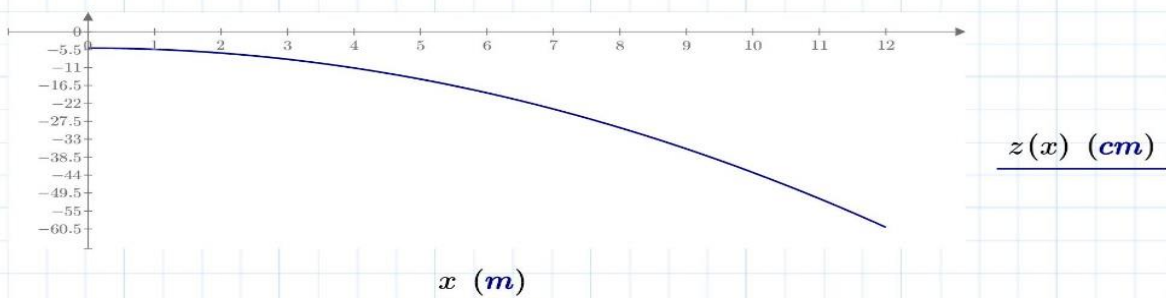
$$z(L) = -60 \text{ cm}$$

$$w = -0.004$$

$$w1 = -0.05$$

$$f(t) := w \cdot t^2 + w1 \quad \text{:Ecuacion q se forma}$$

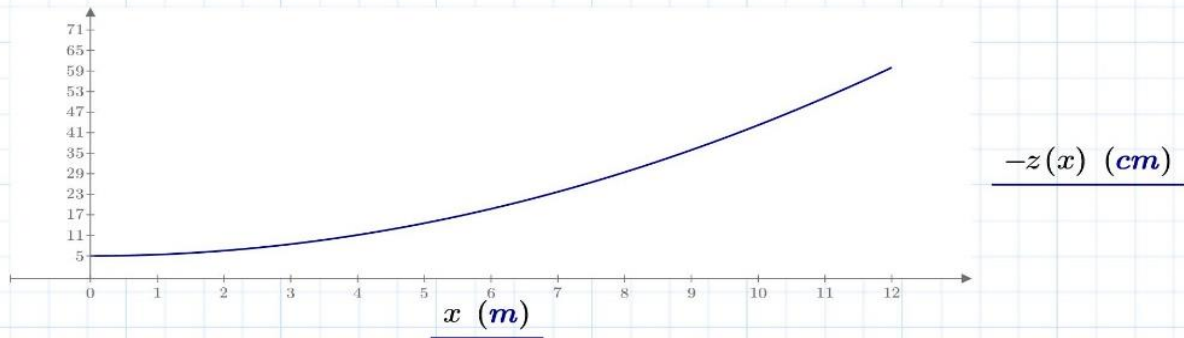
Trazado de vista cara superior:







Trazado de vista cara inferior:





### 3.5 Determinación de deflexiones

Para el calcular el camber en elementos que tengan trazados rectos, parabólicos o con puntos de inflexión (poligonales); el material se considera isotrópico y elástico, con el objetivo de poder usar las fórmulas de deflexiones elásticas. Refiriéndonos a la Tabla 6,  $P$  es la fuerza inicial de pretensado menos las pérdidas instantáneas, las cuales son por acortamiento del hormigón, corrimiento y ajuste de cuñas que normalmente se encuentra entre un 5% y 10%, para estimar  $E_c$  se toma en cuenta la resistencia del hormigón al momento de cortar los cables  $f_{ci}$  y también se deberá calcular la deflexión debido a peso propio del elemento, que es en sentido contrario a la del camber; así, si expresamos el peso propio del elemento como una fuerza distribuida “ $w$ ”, ésta igual a:  $-\frac{5wL^4}{384E_cI}$ , luego habrá que sumar estas 2 deflexiones para obtener el valor resultante.

Tabla 6: Formulas para obtener el “camber” (Carrasco Castro 2010)

Posición de las fuerzas de pretensar: $P$	Camber
	$\Delta = \frac{P e L^2}{8 E I}$
	$\Delta = \frac{5 P e L^2}{48 E I}$

#### 3.5.1 Método de los multiplicadores para estimar deflexiones a largo plazo:

Es un método común usado para la estimación de deflexiones en elementos pretensados de un solo tramo. Consiste en multiplicar las deformaciones iniciales por un factor establecido, para obtener el camber y las deflexiones por cargas permanentes a largo plazo, como se observa, al inicio de la Tabla 7 están valores para calcular las deflexiones en el momento de la construcción, las cuáles son diferentes a la deflexión inicial del elemento, puesto que desde la fabricación hasta el izaje en obra transcurren de 30-60 días. Luego la tabla da valores para estimar la deflexión final en un tiempo de 5 años o más, finalmente se debe hacer una suma para obtener la deflexión resultante.



Tabla 7: Multiplicadores dador por el ACI para el Camber y deflexiones a largo plazo (Carrasco Castro 2010)

	Sin losa sobre elemento pretensado $C_1$	Con losa sobrepuesta(diseño compuesto) $C_1$
<b>Al momento de izar el elemento</b>		
1.. deflexión hacia abajo para la deflexión elástica debido al peso del elemento al cortar los cables	1.85	1.85
2.. Camber hacia arriba, para el camber elástico debido a la fuerza de preesfuerzo al cortar los cables	1.80	1.80
<b>final</b>		
3.. Deflexión hacia abajo para la deflexión elástica debida al peso del elemento al cortar los cables	2.70	2.40
4.. Camber hacia arriba, para el camber elástico debido a la fuerza de preesfuerzo al cortar los cables	2.45	2.20
5.. deflexión hacia abajo, para la deflexión elástica debido a carga muerta o sobrepuesta	3.00	3.00
6.. Deflexión hacia abajo, para deflexión elástica debida al peso de losa sobrepuesta(diseño compuesto)	-	2.30

Para tener mayor precisión en el método se debe hacer mediciones en los elementos que realice una fábrica, para obtener multiplicadores propios que correspondan a los materiales de la zona utilizados y así puedan proporcionar valores más cercanos a la realidad.



## PÉRDIDAS y DEFLEXIONES POR CABLES DE FLEXIÓN

$$\Delta f_{pt} = \Delta f_{pa} + \Delta f_R + \Delta f_{pe} + \Delta f_{cr} + \Delta f_{cf}$$

$\Delta f_{pt}$  Pérdida total en los torones en kg/cm<sup>2</sup>

$\Delta f_{pa}$  Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas

$\Delta f_R$  Pérdida por relajación del acero de preesfuerzo

$\Delta f_{pe}$  Pérdida por el acortamiento elástico instantáneo del hormigón

$\Delta f_{cr}$  Pérdida por retracción del hormigón

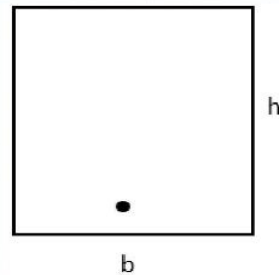
$\Delta f_{cf}$  Pérdida por fluencia plástica del hormigón

### 1) SECCIÓN RECTANGULAR

#### 1.1.-introduccion de datos por el usuario

##### Geometria de la sección

$b := 50 \text{ cm}$  : ancho de sección  
 $h := 65 \text{ cm}$  : altura de la sección  
 $L := 12 \text{ m}$  : Logitud de la viga considerada



$$I_x := b \cdot \frac{h^3}{12} = 1144271 \text{ cm}^4$$

$$A_c := b \cdot h = 3250 \text{ cm}^2$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 18.8 \text{ cm} \quad Pr := 2 \cdot (b + h) = 230 \text{ cm} \quad : \text{Perímetro}$$

#### 1.2 Datos para el hormigón utilizado

$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  : Resistencia de diseno del hormigón

$f'_{ci} := 350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  : Resistencia de hormigon al cortar los cables

$\gamma := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  : Peso especifico del hormigón

$$E_c := 15100 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 302000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Módulo de elasticidad del hormigón a los 28 días}$$





$$E_{ci} := 15100 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 282495.1 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Módulo de elasticidad inicial del hormigón}$$

### 1.3 Datos para el acero de preesfuerzo utilizado

Tipo de cable utilizado: torones grado 270ksi con  $a = 1.387 cm^2$

$$\therefore A := 1.387 \frac{cm^2}{cm^2} \quad : \text{Area del acero de 0.6 pulgadas (ver tabla 1 de tipos de cables)}$$

$$f_{pu} := 19000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Resistencia ultima de los torones de preesfuerzo}$$

$$E_p := 2000000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Modulo Elastico del acero de preesfuerzo}$$

$$\#cables := 6 \quad : \text{Número de cables para flexión}$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 8.322 \frac{cm^2}{cm^2} \quad : \text{Area total de acero de preesfuerzo}$$

$$f_{pi} := 14000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo inicial en el cable de pretensado}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$P_i := A_p \cdot f_{pi} = 116508 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza inicial de pretensado para flexión}$$

$$e := 26 \text{ cm} \quad : \text{Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo}$$

$$L_b := 50 \text{ m} \quad : \text{Longitud de bancada}$$

## ANÁLISIS DE PÉRDIDAS

### 1: Perdida por el acortamiento instantáneo del Hormigón

$$\varepsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007 \quad : \text{Deformación unitaria en el cable}$$

$$\delta := \frac{f_{pi} \cdot L_b}{E_p \cdot A_p} = 35 \text{ cm} \quad : \text{Deformación total del cable}$$

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta_c}{L} = \frac{f_c}{E_c} = \frac{P_i}{A_c E_c} \quad f_c : \text{esfuerzo promedio del hormigon debido a } P_i$$



$$\varepsilon_c := \frac{P_i}{A_c \cdot E_c} = 0.000119 \quad : \text{Deformación unitaria en el hormigón}$$

Ahora se calcula la pérdida del cable:

$$\Delta f_{pe} = E_c \varepsilon_c = \frac{E_p \cdot P_i}{A_c \cdot E_c} = \frac{n \cdot P_i}{A_c} = n \cdot f_c$$

$$f_{cp} = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e \cdot M_D}{I_c}$$

$$W_D := A_c \cdot \gamma = 7.8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \quad : \text{Peso propio por unidad de longitud}$$

$$n_i := \frac{E_p}{E_{ci}} = 7.08 \quad : \text{Relación de módulos de elasticidad inicial (al cortar los cables)}$$

$$n := \frac{E_p}{E_c} = 6.62 \quad : \text{Relación de módulos de elasticidad inicial (al los 28 días)}$$

$$e = 26 \text{ cm} \quad : \text{distancia del C.G de la sección al centroide del cable}$$

$$M_D := W_D \cdot \frac{L^2}{8} = 1404000 \text{ kg} \cdot \text{cm} \quad : \text{Momento flector por peso propio}$$

$$f_{cp} := \frac{-P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e \cdot M_D}{I_x} = -72.78 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Esfuerzo en el hormigón a la distancia } e \text{ del cable}$$

Pérdida en acero de pretensar al momento de cortar los cables:

$$P_T := 38665 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza } P_i \text{ de los cables de Torsión}$$

$$f_{cp1} := -2 \cdot \frac{P_T}{A_c} = -23.794 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : f_{cp1} \text{ de los cables de Torsión}$$

$$\Delta f_{pe} := \text{abs} \left( n_i \cdot (f_{cp} + f_{cp1}) \right) = 683.7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Pérdidas considerando los cables de flexión y torsión}$$

## 2: Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas

$$\Delta f_{pa} = \varepsilon \cdot E_p = E_p \frac{u}{L}$$

$$u := 0.65 \text{ cm} \quad : \text{valor promedio especificado por la AASHTO}$$

$$L_b = 50 \text{ m} \quad : \text{Longitud de bancada}$$



$$\Delta f_{pa} := E_p \cdot \frac{u}{L_b} = 260 \frac{kg}{cm^2}$$

### 3: Pérdida por retracción del hormigón

$$\Delta f_{cr} = 8.2 \cdot 10^{-6} E_p \left( 1 - 0.0236 \frac{V}{S} \right) (100 - HR)$$

en lugar de usar la relacion V/S se puede usar A/P mas rapidamente :

$HR := 70$  HR: humedad relativa ambiental (supuesta)

$$\Delta f_{cr} := 8.2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{E_p}{cm} \cdot \left( 1 - 0.0236 \cdot \frac{A_c}{Pr} \right) \cdot (100 - HR)$$

$$\Delta f_{cr} = 327.9 \frac{kg}{cm^2}$$

### 4: Pérdidas por fluencia plástica del hormigón

$$\Delta f_{cf} = C_t \frac{E_p}{E_c} f_{cp}$$

$C_u := 2.35$  :Relacion de deformaciones entre flujo plástico y la elástica instantánea, valor promedio 2.35

$t := 1825$  :dias =(5 años)

$$C_t := \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} \cdot C_u = 2.12 \quad : \text{Coeficiente de deformación plástica a la edad de } t \text{ días}$$

$$\Delta f_{cf} := \text{abs} \left( C_t \cdot \frac{E_p}{E_c} f_{cp} + f_{cp1} \right) \quad : \text{Pérdidas considerando los cables de flexión y torsión}$$

$$\Delta f_{cf} = 1043.73 \frac{kg}{cm^2}$$

### 5: Pérdida por relajación en el acero de preesfuerzo

$$\Delta f_R = f_{pi} \cdot \left( \frac{\log t}{45} \right) \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right)$$

$$t := t \cdot 24 = 43800 \text{ horas} = (5 \text{ años})$$

$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$\Delta f_r := f_{pi} \cdot \left( \frac{\log(t)}{45} \right) \cdot \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right)$$





$$\Delta f_r = 386.6 \frac{kg}{cm^2}$$

\*sumando todas las perdidas para obtener el total:

$$\Delta f_{pt} := \Delta f_r + \Delta f_{cf} + \Delta f_{cr} + \Delta f_{pa} + \Delta f_{pe} = 2702 \frac{kg}{cm^2}$$

Esfuerzo inicial de pretensado  
 $f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$

$\therefore$  = "cumple rango"

" Rango de perdidas permitido segun el PCI : 1760kg/cm<sup>2</sup> y 3520 kg/cm<sup>2</sup> "

expresado en % de  $f_{pi}$  :  $porcentj := \frac{100 \cdot \Delta f_{pt}}{f_{pi}} = 19$

## CÁLCULO DE DEFLEXIONES:

$$\frac{L}{480} = 2.5 \text{ cm}$$

:Valor elegido de la tabla 5 de la sección 2.7 (Deflexiones) por ser el menor para luego comparar con el calculado

Posición de las fuerzas de pretensar P:

$W := A_c \cdot \gamma = 7.8 \frac{kg}{cm}$  :Carga debida a peso propio

$Per_{in} := \Delta f_{pe} + \Delta f_{pa} = 943.7 \frac{kg}{cm^2}$  :Pérdidas Instantáneas

$Porcj := \frac{Per_{in}}{f_{pi}} \cdot 100 = 6.7$  :Pérdidas Instantáneas en % (5-10)

$e = 26 \text{ cm}$   $E_{ci} = 282495.13 \frac{kg}{cm^2}$   $A_p = 8.322 \text{ cm}^2$

$f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$

$P := P_i - (Per_{in}) \cdot A_p = 108654.57 \text{ kg}$  :Fuerza P neta restando las pérdidas instantáneas

$\Delta_{pp} := -\frac{5 \cdot W \cdot L^4}{384 \cdot E_{ci} \cdot I_x} = -0.65 \text{ cm}$  :Deflexión por peso propio

$\Delta_{camber} := \frac{5}{48} \cdot \frac{P \cdot e \cdot L^2}{E_{ci} \cdot I_x} = 1.311 \text{ cm}$  :Deflexión por el camber producido



$$\Delta_{Tot} := \Delta_{pp} + \Delta_{camber} = 0.66 \text{ cm} \quad : \text{Deflexión por peso propio + Camber}$$

### METODO DE LOS MULTIPLICADORES PARA ESTIMAR LAS DEFLEXIONES A LARGO PLAZO:

*\*Para este elemento se analizará con los multiplicadores C1 sin losa sobre elementos pretensados, tomados de la tabla 6 del capítulo 3 sección 3.5.1*

Al izar el elemento deflexión:

$$\delta_i := 1.8 \cdot \Delta_{camber} - \text{abs}(1.85 \cdot \Delta_{pp}) = 1.15 \text{ cm} \quad : \text{Calculado con los coeficientes tomados de la tabla 6, sección 3.5.1}$$

Final o después de 5 años:

$$\delta_{final} := -\text{abs}(2.7 \cdot \Delta_{pp}) + 2.45 \cdot \Delta_{camber} - \text{abs}(3 \cdot \Delta_{pp}) = -0.5 \text{ cm} \quad : \text{Calculado con los coeficientes tomados de la tabla 6}$$

Para el 3er termino de esta ecuación se considera como carga muerta sobrepuesta al peso propio del elemento

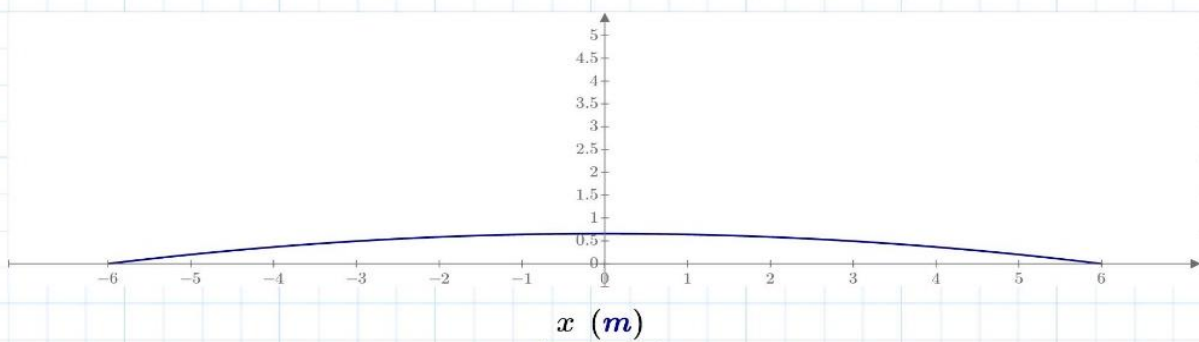
Para graficar la deflexión

$$C := -\frac{\Delta_{Tot}}{(-0.5 \cdot L)^2} = -1.83 \cdot 10^{-4} \frac{1}{m} \quad : \text{Constante de la ecuación } y = cx^2 + b$$

$$\Delta_{Tot} = 0.66 \text{ cm} \quad : \text{Deflexión usada para graficar (Pp+Camber)}$$

$$f(x) := C \cdot x^2 + \Delta_{Tot}$$

### Grafico de la Deflexión de la viga por cables de flexión





## CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para valorar los resultados se desarrolló un análisis de las diferentes secciones enfocadas hacia un ejemplo donde se produce torsión secundaria (Nilson 1999). Este ejemplo constaría de un sistema estructural prefabricado con dos pórticos que sostienen una losa simplemente apoyada en vigas de borde; con una carga distribuida a una distancia  $e_x$  de 60 cm del centro de la viga. Las dimensiones del pórtico se podrían tomar para vanos de 12m en ambas direcciones. Para obtener esfuerzos apropiados en las secciones se consideró cargas uniformemente repartidas de  $250 \text{ kg/m}^2$  para carga muerta y  $200 \text{ kg/m}^2$  para carga viva (Ilustración 28).

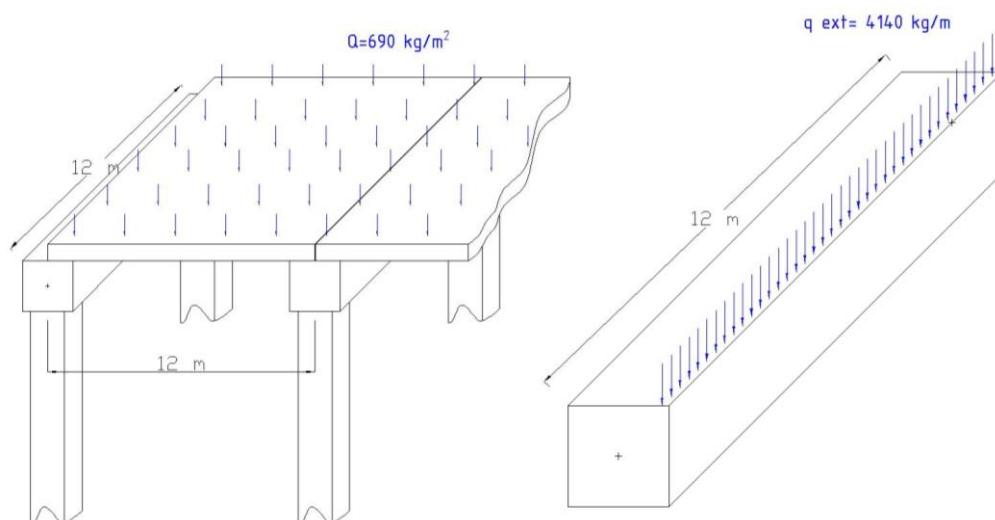


Ilustración 28: Ejemplo de aplicación

Con los datos anteriores se realizaron combinaciones de carga y se obtuvo los siguientes esfuerzos últimos presentados en la Tabla 7.

Tabla 8: Esfuerzos últimos resultantes para el ejemplo planteado

Cortante último	$V_u$	23000 kg
Momento flector último	$M_u$	73000 kg.m
Momento torsor último	$M_{tu}$	15000 kg.m

Las secciones analizadas deben resistir como mínimo las solicitaciones de este ejemplo, para ello se realizó iteraciones de: la geometría de la sección, la cantidad de refuerzo que debe colocarse y del peralte efectivo del acero de preesfuerzo utilizado; de esta manera se obtuvo la siguiente Tabla 9 de resultados para las 5 secciones:



Tabla 9: Resumen de resultados obtenidos en el análisis de las 5 secciones

Seccion	cm						cm2
	Ancho	Alto	Alma b	Ala t	dp	rec	A
1) Rectangular	50	65			58.5	5.865	3250
2) Rect-Hueca	65	65			58.5	5.865	3425
Parte Hueca	20	40					
3) Tee	100	75	35	15	68.3	6.065	3600
4) Doble Tee	160	65	22.5	15	58.2	6.165	4650
5) I	70	75	35	15	68.5	5.865	3675

	Cortante	flexion				Torsión: Trazado Horizontalmente				Torsión: Trazado Verticalmente			
		#		Tn-m		parabolas enteras		medias parábolas		parabolas enteras		medias parábolas	
		Tn		#		#		#		#		#	
		ΦVn		cables		ΦMn		cables		esfuerzo		cables	
1)	23.3	6	73.14	2	15.33	8	15.33	2	15.7	8	15.7	2	15.7
2)	23.3	6	75.36	1	1.85	-	-	1	1.85	-	-	-	-
3)	23.8	5	76.13	3	12.89	-	-	-	-	-	-	-	-
4)	23.18	6	78.3	-	-	-	-	2	11.51	-	-	-	-
5)	23.94	6	74.25	2	10.26	-	-	-	-	-	-	-	-

Al iterar en el análisis a flexión casi todas las secciones sobrepasan la limite a tracción en los extremos, debido a la fuerza de pretensado generada a una excentricidad “e” del E.N. de la sección. Cuando se sobrepasa este límite se puede forrar algunos cables con tubos de PVC en los extremos; con ello se elimina la adherencia y por ende la fuerza de pretensar en los extremos. Esto no afecta la eficiencia de los elementos ya que no hay momentos flectores en los mismos. Al aumentar el número de cables a flexión con un mismo preesfuerzo, la compresión en la parte inferior aumenta y también la tracción en la parte superior; por esta razón es complicado cumplir con el límite de tracción en la parte superior de la sección de los extremos de los elementos, ya que siempre se requiere gran cantidad de refuerzo a flexión. Al aumentar el peralte efectivo  $d_p$  del pretensado se producen los mismos efectos que al aumentar el número de cables.

Durante la deducción de las ecuaciones de trazado parabólico y semiparabólico, se comprobó que existe una gran diferencia entre las dos fuerzas P necesarias para estos trazados; siendo importante recalcar que un trazado semiparabólico exige tener una fuerza P de pretensado cuatro veces mayor que en un trazado con parábola entera. Luego del análisis a torsión se determinó que no es eficiente colocar un trazado semiparabólico por la razón ya expuesta anteriormente, de modo que solo queda en vigencia utilizar trazado con parábolas enteras; así pues el diseño a torsión se pudo hacer optimo colocando menor número de cables, los mismos que tienen que estar



trenzados conformando un solo elemento que definirán el trazado final, de forma similar a como se muestra en la Ilustración 29.

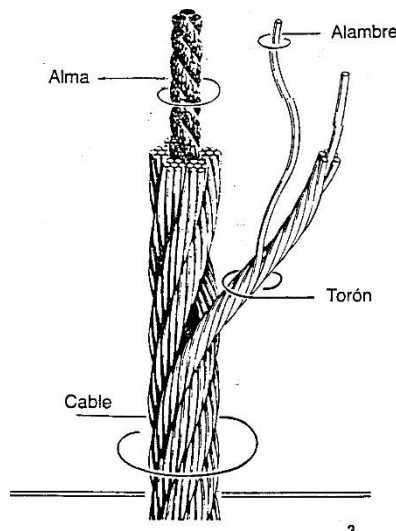


Ilustración 29: Cables de acero y sus elementos

El hormigón contribuye notablemente a la resistencia a torsión ya que es de alta resistencia ( $400 \text{ kg/cm}^2$ ). Y se lo toma en cuenta para el análisis; por ello primero se calcula la resistencia del hormigón a torsión  $T_{cr}$  y luego se diseña para el momento Torsor restante ( $M_{tu1} - T_{cr}$ , ver página 56) y así se optimiza bastante la cantidad de acero requerida para la torsión actuante  $M_{tu}$ .

## CAPITULO V: CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y ESTUDIOS FUTUROS

### 5.1 Conclusiones

- El trazado parabólico (parábola entera) es cuatro veces más eficiente que el trazado semiparabólico (media parábola), a pesar que el trazado semiparabólico puede ser constructivamente más factible realizarlo en fábrica.
- Para efectos prácticos es casi inevitable el uso de forros plásticos en los extremos del elemento para cumplir los límites de tracción establecidos por el ACI. Pero como en este estudio se ha hecho la inclusión de cables de preesfuerzo para torsión, podría llegar a no requerir ya que con dichos cables se agrega compresión al elemento.
- De entre todas las secciones, la rectangular hueca presenta un mejor comportamiento ante los diferentes esfuerzos aplicados, porque tiene una mayor inercia lo cual contribuye notablemente a resistir flexión y tiene un mayor flujo de corte a lo largo de su perímetro que también es grande; de este modo su aporte a torsión es alto permitiendo así una menor cantidad de preesfuerzo para cumplir con el diseño.



- Dentro del análisis de pérdidas, la fluencia plástica del hormigón es la más importante, ya que del análisis este es el valor más alto entre todas las demás; por consiguiente la suma de todas las pérdidas deben estar alrededor de 1760 y 3520kg/cm<sup>2</sup> del esfuerzo inicial  $f_{pi}$ . No obstante para analizar las deflexiones se toma en cuenta las pérdidas instantáneas, (acortamiento instantáneo del hormigón y corrimiento-ajuste de cuñas), las mismas que deben estar alrededor del 5 – 10% de  $f_{pi}$ ,
- Por ultimo debemos mencionar que este trazado parabólico planteado para torsión no se realiza en nuestro medio, debido a que es muy complejo constructivamente definir una trayectoria parabólica en un elemento pretensado ya que se necesita muchos anclajes y mano de obra especializada. Sin embargo este método funcionaria perfectamente en elementos postensados con las mismas secciones que hemos planteado aquí; puesto que allí las trayectorias de los cables se pueden definir de varias maneras sin mayores inconvenientes a través de conductos que quedan previamente colocados en los elementos hormigonados para luego tensarlos. Es también necesario acotar que la deducción que aquí se ha realizado para el trazado parabólico a torsión, sería la misma que se usaría en elementos postensados, pues como se estableció en la sección 3.4; para obtener este trazado el elemento puede ser pretensado o postensado. Es así que finalmente podemos afirmar que en nuestro entorno este trazado en elementos pretensados no es tan práctico constructivamente como lo sería en elementos postesos; los cuales no los hemos analizado por estar fuera del alcance planteado.

## 5.2 Estudios futuros

- Para seguir la línea de la presente investigación se deberían realizar ensayos de laboratorio implementando el diseño y análisis en la práctica con las secciones que aquí se han analizado u otras adicionales. Los mismos que no se han realizado en este estudio por estar fuera de los objetivos planteados.
- Otro efecto que se podría comprobar son las posibles deflexiones o deformaciones adicionales, que podrían producirse en un elemento por el preesfuerzo de los cables del trazado parabólico para torsión.
- Investigar y/o Plantear casos de elementos con diferentes condiciones y combinaciones de cargas donde la torsión sea un efecto considerable e incluso dominante.
- Usando las ecuaciones de trazado parabólico para torsión deducidas en esta tesis, plantear y desarrollar un método constructivo para elementos



postensados, de manera que sea lo más práctico para que en nuestro medio se puedan desarrollar de manera eficiente como se hace en países desarrollados. Y conjuntamente con esto también se deberá complementar el análisis de varias secciones con el diseño a cortante y flexión en postensado para cubrir esta solicitud de esfuerzos de manera semejante a como se ha hecho en este estudio.

## BIBLIOGRAFÍA

(American Concrete Intitute), ACI 318S-08. *Requisitos y Reglamentos para Concreto Estructural*. 2008.

(Precast and Prestressed Concrete), PCI. Chicago, 1999.

Carrasco Castro, Fabian. *Hormigón Pretensado, Diseño de elementos isostaticos*. Cuenca: Monsalve Moreno, 2010.

Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras, Universidad Politécnica de Madrid. «Hormigón armado y pretensado I.» Madrid, 2003.

Larsson, Carlos A. *Hormigón Armado y Pretensado*. Cordoba, 2009.

McCormac, Jack C. *Diseño de Concreto Reforzado*. Mexico, 2005.

Nilson, Artur H. *Diseño de Estructuras de Concreto*. 1999.

Romo Proaño, Marcelo. *Temas de Hormigón Armado*. Ecuador, s.f.

## ANEXOS

### 2) FLEXIÓN SECCIÓN HUECA (Rect)

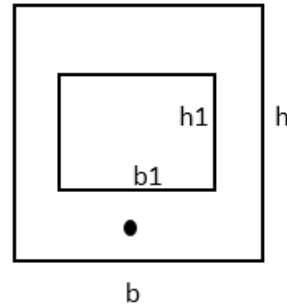
#### 2.1-.introduccion de datos por el usuario

Geometria de la sección

$b := 65 \text{ cm}$  : ancho de sección  
 $h := 65 \text{ cm}$  : altura de la sección  
 $L := 12 \text{ m}$  : Logitud de la viga considerada

$b1 := 20 \text{ cm}$  : ancho de parte hueca

$h1 := 40 \text{ cm}$  : altura de parte hueca ( esta parte quedara en el centro de la sección)



$$I_x := b \cdot \frac{h^3}{12} - b1 \cdot \frac{h1^3}{12} = 1380885.417 \text{ cm}^4$$

$$A_c := b \cdot h - b1 \cdot h1 = 3425 \text{ cm}^2$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 20.1 \text{ cm}$$

#### 2.2 Datos para el hormigón utilizado

$$f'c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ : Resistencia de diseno del hormigón}$$

$$f'ci := 350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ : Resistencia de hormigon al cortar los cables}$$

$$\gamma := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ : Peso especifico del hormigón}$$

$$E_c := 15100 \cdot \sqrt{f'c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 302000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$E_{ci} := 15100 \cdot \sqrt{f'ci \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 282495.1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

#### 2.3 Datos para el acero de preesfuerzo utilizado



Tipo de cable utilizado: torones grado 270ksi con  $a = 1.387 \text{ cm}^2$

$$\therefore A := 1.387 \text{ cm}^2 \quad \text{:Area del acero de 0.6 pulgadas (ver tabla 1 de tipos de cables)}$$

$$f_{pu} := 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Resistencia ultima de los torones de preesfuerzo}$$

$$E_p := 2000000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Modulo Elastico del acero de preesfuerzo}$$

$$\#cables := 6 \quad \text{:Número de cables para flexión}$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 8.322 \text{ cm}^2 \quad \text{:Area total de acero de preesfuerzo}$$

$$f_{pi} := 14000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Esfuerzo inicial en el cable de pretensado}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$P_i := A_p \cdot f_{pi} = 116508 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza inicial de pretensado para flexión}$$

$$\epsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007$$

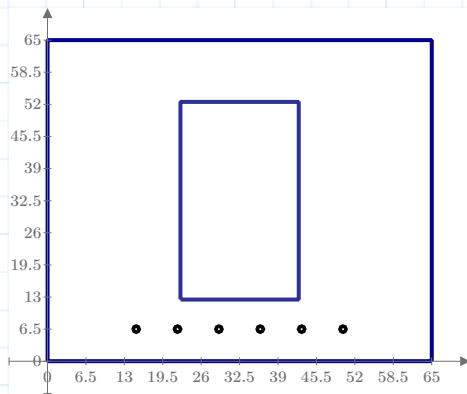
$$e := 26 \text{ cm} \quad \text{:Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo}$$

$$recp := 15 \text{ cm} \quad \text{:Recrimiento izq y derch minimo desde el borde al centro de los aceros de preesfuerzo ( dato para graficar la sección)}$$

$$S_p := \text{if} \left( \#cables > 1, \frac{(b - 2 \cdot recp)}{\#cables - 1}, 0 \text{ cm} \right)$$

$$\therefore S_p = 7 \text{ cm} \quad \text{:Espaciamiento entre aceros de preesfuerzo en caso de usar mas de 1 cable, si se usa solo 1 su valor es 0}$$

#### 2.4 Gráfico de la seccion y posición del cable que se va a analizar



## 2.5 Análisis de los esfuerzos en la sección al cortar los cables

"El ACI expresa que los esfuerzos en tracción en el acero de preesfuerzo, no deben exceder los siguientes valores:"

$$f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$$

-Debido a la fuerza del gato de preesforzado :

Como valor límite:  $0.94 \cdot f_{py} = 16092.8 \frac{kg}{cm^2}$

pero no mayor que el mínimo entre:  $0.80 \cdot f_{pu} = 15200 \frac{kg}{cm^2}$

Y el máximo establecido por el fabricante o por los dispositivos de anclaje

$\therefore con = \text{"cumple"}$

-Justo después de la transferencia del esfuerzo de preesfuerzo:

Como valor límite:  $0.82 \cdot f_{py} = 14038.4 \frac{kg}{cm^2}$

pero no mayor que:  $0.74 \cdot f_{pu} = 14060 \frac{kg}{cm^2}$

$\therefore con1 = \text{"cumple"}$

En estado elástico, los esfuerzos en las fibras extrema superior e inferior de la sección ( $f_t, f_b$ ), están dadas por las siguientes expresiones de flexión básica en estado elástico:

$$W_D := A_c \cdot \gamma = 8.2 \frac{kg}{cm}$$

:Peso propio de la viga por unidad de longitud



$$M_D := W_D \cdot \frac{L^2}{8} = 1479600 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

:Momento flector máximo por peso propio

$$C_t := 0.5 \cdot h = 32.5 \text{ cm}$$

:Distancia desde la L.N. a la fibra superior

$$C_b := 0.5 \cdot h = 32.5 \text{ cm}$$

:Distancia desde la L.N. a la fibra inferior

$$S_t := \frac{I_x}{C_t} = 42488.782 \text{ cm}^3$$

:Módulo de la sección respecto a la fibra superior

$$S_b := \frac{I_x}{C_b} = 42488.782 \text{ cm}^3$$

:Módulo de la sección respecto a la fibra inferior

$$r = 20.079 \text{ cm}$$

:Radio de giro de la sección

$$e = 26 \text{ cm}$$

:Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo

Calculando los esfuerzos en el centro de la viga, que es donde actúa el Momento Máximo por peso propio:

$$f_t := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{e \cdot C_t}{r^2} \right) - \frac{M_D}{S_t} = 2.45 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

:Esfuerzo en fibra superior (+) Tracción

Esfuerzo maximo en tracción ( no en extremos)

$$0.80 \cdot \sqrt{f'ci \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 14.967 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

res1 = "cumple"

$$f_b := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{e \cdot C_b}{r^2} \right) + \frac{M_D}{S_b} = -70.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

:Esfuerzo en fibra inferior (-) Compresión

Esfuerzo maximo en compresión ( no en extremos)

$$0.60 \cdot f'ci = 210 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

res2 = "cumple"

Calculando los esfuerzos en los extremos de la viga , donde el peso propio no actúa:

$$f_{t1} := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{e \cdot C_t}{r^2} \right) = 37.28 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

:Esfuerzo en fibra superior (+) Tracción

Esfuerzo maximo en tracción ( en los extremos)

$$1.60 \cdot \sqrt{f'ci \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 29.933 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

res3 = "no cumple"



$$fb1 := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{e \cdot C_b}{r^2} \right) = -105.3 \frac{kg}{cm^2}$$

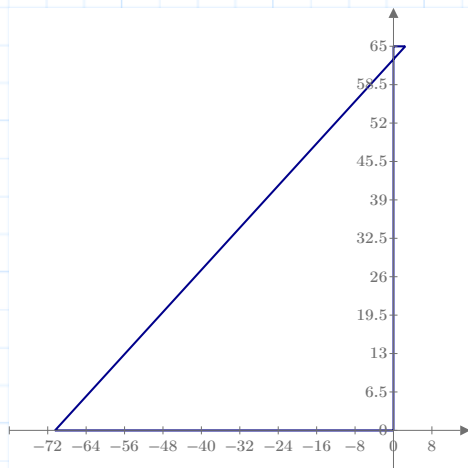
:Esfuerzo en fibra inferior (-) Compresión

Esfuerzo maximo en compresión ( en los extremos)  $0.70 \cdot f'ci = 245 \frac{kg}{cm^2}$

res4 = "cumple"

Graficos de Esfuerzos iniciales al cortar los cables, en la fibra superior e inferior  $ft - fb$

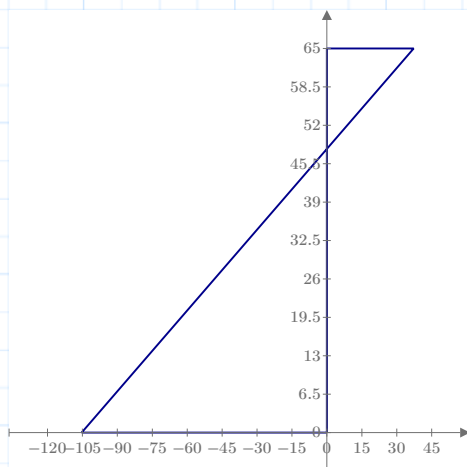
Grafico de Esfuerzos en la mitad de la viga



esfuerzos\_mitad (cm)

$$\underline{esf\_en\_x \left( \frac{kg}{cm^2} \right)}$$

Grafico de Esfuerzos en los extremos de la viga



esf\_extremos (cm)

$$\underline{esf2\_en\_x \left( \frac{kg}{cm^2} \right)}$$

**2.6 Diseño a flexión en resistencia ultima:**

$$Mu = 73000 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad \text{:MOMENTO FLECTOR EXTERIOR ACTUANTE SOBRE A VIGA}$$

$$Fy := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{:Esfuerzo de fluencia de acero normal}$$

fps Se puede calcular con la siguiente fórmula siempre y cuando el esfuerzo efectivo de trabajo fpe luego de que se den las pérdidas, no sea menor a 0.50fpu, es decir el 50% del esfuerzo último especificado (19000kg/cm<sup>2</sup>) para aceros de grado 270ksi.

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right] \right)$$

$$\frac{f_{py}}{f_{pu}} = 0.901$$

$$d_p := 0.5 \cdot h + e = 58.5 \text{ cm} \quad \text{:distancia de la fibra superior al centroide del cable}$$

$$\gamma_p = 0.28 \quad \text{:usualmente para barras de pretensar}$$

$$\beta_1 := 1.05 - 0.05 \cdot \frac{f'_c}{70 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 0.76 \quad \text{:Coeficiente para calcular la profundidad del bloque de compresion, en funcion de f'c}$$

*\*En este caso no se utiliza acero adicional ni a tensión ni a compresión:*

$$\therefore \rho' := 0 \quad \text{:Cuantía de acero a compresión}$$

$$\therefore d' := 0 \text{ cm} \quad \text{:Peralte de acero a compresión}$$

$$\therefore \rho := 0 \quad \text{:Cuantía de acero a tensión}$$

$$\therefore d := 0 \text{ cm} \quad \text{:Peralte de acero a tensión}$$

$\rho_p$ : Cuantía de Acero de preesfuerzo

$$\rho_p := \frac{A_p}{b \cdot d_p} = 0.0022 \quad \text{*solo cuando } w' > 0, \text{ el siguiente termino debe tomarse como mínimo } 0.17 \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right]$$

$$w := \rho \cdot \frac{Fy}{f'_c} = 0$$

$$w' := \rho' \cdot \frac{Fy}{f'_c} = 0 \quad \therefore \text{cond} := \left( \rho_p \cdot \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \cdot (w - w') \right) = 0.104$$

$$\therefore \text{val} := \text{if}(w' > 0 \wedge \text{cond} \leq 0.17, 0.17, \text{cond}) = 0.104$$

\*y tambien d' no debe ser mayor a 0.15  $d_p$ , de no cumplirse esto,  $w'$  se toma = 0  $d' := 0 \text{ cm}$   $0.15 \cdot d_p = 8.775 \text{ cm}$   
 $\therefore \text{con} = \text{"cumple"}$

$$\therefore f_{ps} := f_{pu} \cdot \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \cdot (val) \right) = 18276.4 \frac{kg}{cm^2}$$

$$a := \frac{A_p \cdot f_{ps}}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = 6.88 \text{ cm}$$

$\therefore obs = \text{"a no sobrepasa la parte hueca"}$

$$\therefore Mn := A_p \cdot f_{ps} \cdot \left( d_p - \frac{a}{2} \right)$$

$$\therefore \phi Mn := 0.9 \cdot Mn = 75368 \text{ kg} \cdot m \quad : \text{ Cuando solo hay cable de pretensado}$$

$$Demand\_capacidad := \frac{Mu}{\phi Mn} \cdot 100 = 97 \quad : \% \text{ al que trabaja la sección}$$

$\therefore conclusion = \text{"LA SECCIÓN SI RESISTE"}$

### 3) FLEXIÓN SECCIÓN T

#### 3.1.-introduccion de datos por el usuario

Geometria de la sección

$$\begin{aligned} b &:= 100 \text{ cm} & : \text{ ancho de sección} \\ h &:= 75 \text{ cm} & : \text{ altura de la sección} \\ L &:= 12 \text{ m} & : \text{ Logitud de la viga considerada} \end{aligned}$$

$$t_w := 35 \text{ cm} \quad : \text{ espesor del alma}$$

$$t_f := 15 \text{ cm} \quad : \text{ espesor del ala/patín}$$

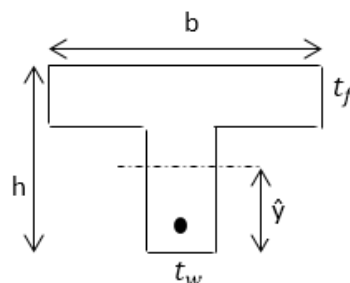
$$A_c := t_f \cdot b + t_w \cdot (h - t_f) = 3600 \text{ cm}^2$$

$$\hat{y} := \frac{(t_w \cdot (h - t_f) \cdot 0.5 \cdot (h - t_f)) + b \cdot t_f \cdot (h - 0.5 \cdot t_f)}{t_w \cdot (h - t_f) + b \cdot t_f} \quad : \text{ Ordenada del C.G. de la sección}$$

$$\hat{y} = 45.63 \text{ cm}$$

$$k1 := h - t_f$$

$$k2 := h - 0.5 \cdot t_f$$





$$I_x := t_w \cdot \frac{k1^3}{12} + (t_w \cdot k1) \cdot (0.5 \cdot k1 - \hat{y})^2 + b \cdot \frac{t_f^3}{12} + (b \cdot t_f) \cdot (k2 - \hat{y})^2 = 1888593.75 \text{ cm}^4$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 22.9 \text{ cm}$$

### 3.2 Datos para el hormigón utilizado

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de diseno del hormigón}$$

$$f'_{ci} := 350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de hormigon al cortar los cables}$$

$$\gamma := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{: Peso especifico del hormigón}$$

$$E_c := 15100 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 302000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$E_{ci} := 15100 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 282495.1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

### 3.3 Datos para el acero de preesfuerzo utilizado

Tipo de cable utilizado: torones grado 270ksi con  $a = 1.387 \text{ cm}^2$

$$\therefore A := 1.387 \text{ cm}^2 \quad \text{: Area del acero de 0.6 pulgadas (ver tabla 1 de tipos de cables)}$$

$$f_{pu} := 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia ultima de los torones de preesfuerzo}$$

$$E_p := 2000000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Modulo Elastico del acero de preesfuerzo}$$

$$\#cables := 5 \quad \text{: Número de cables para flexión}$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 6.935 \text{ cm}^2 \quad \text{: Area total de acero de preesfuerzo}$$

$$f_{pi} := 14000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Esfuerzo inicial en el cable de pretensado}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo

$$P_i := A_p \cdot f_{pi} = 97090 \text{ kg}$$

:Fuerza inicial de pretensado para flexión

$$\varepsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007$$

$$\hat{y} = 45.63 \text{ cm}$$

$$e := 39 \text{ cm}$$

:Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo

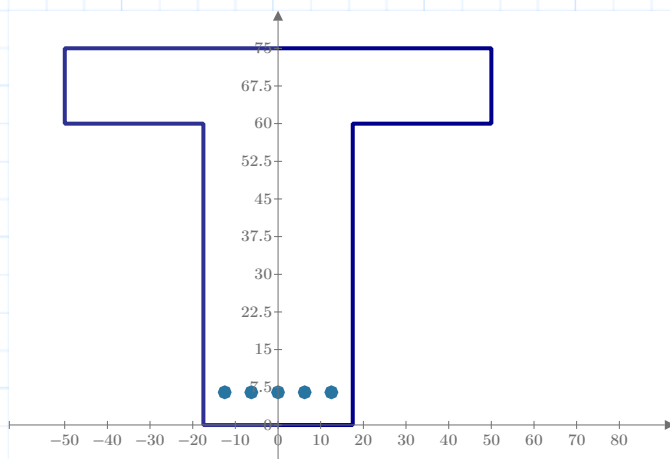
$$recp := 5 \text{ cm}$$

:Recubrimiento izq y derch minimo desde el borde al centro de los aceros de preesfuerzo ( dato para graficar la sección)

$$S_p := \text{if} \left( \#cables > 1, \frac{(t_w - 2 \cdot recp)}{\#cables - 1}, 0 \text{ cm} \right)$$

$\therefore S_p = 6.25 \text{ cm}$  :Espaciamiento entre aceros de preesfuerzo en caso de usar mas de 1 cable, si se usa solo 1 su valor es 0

### 3.4 Gráfico de la seccion y posición del cable que se va a analizar



### 3.5 Análisis de los esfuerzos en la sección al cortar los cables



"El ACI expresa que los esfuerzos en tracción en el acero de preesfuerzo, no deben exceder los siguientes valores:"

$$f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$$

**-Debido a la fuerza del gato de preesforzado :**

Como valor límite:  $0.94 \cdot f_{py} = 16092.8 \frac{kg}{cm^2}$

pero no mayor que el mínimo entre:  $0.80 \cdot f_{pu} = 15200 \frac{kg}{cm^2}$  Y el máximo establecido por el fabricante o por los dispositivos de anclaje

$\therefore con = \text{"cumple"}$

**-Justo después de la transferencia del esfuerzo de preesfuerzo:**

Como valor límite:  $0.82 \cdot f_{py} = 14038.4 \frac{kg}{cm^2}$

pero no mayor que:  $0.74 \cdot f_{pu} = 14060 \frac{kg}{cm^2}$

$\therefore con1 = \text{"cumple"}$

En estado elástico, los esfuerzos en las fibras extrema superior e inferior de la sección (ft,fb), están dadas por las siguientes expresiones de flexión básica en estado elástico:

$$W_D := A_c \cdot \gamma = 8.6 \frac{kg}{cm} \quad \text{:Peso propio de la viga por unidad de longitud}$$

$$M_D := W_D \cdot \frac{L^2}{8} = 1555200 \text{ kg} \cdot \text{cm} \quad \text{:Momento flector máximo por peso propio}$$

$$C_t := h - \hat{y} = 29.375 \text{ cm} \quad \text{:Distancia desde la L.N. a la fibra superior}$$

$$C_b := \hat{y} = 45.625 \text{ cm} \quad \text{:Distancia desde la L.N. a la fibra inferior}$$

$$S_t := \frac{I_x}{C_t} = 64292.553 \text{ cm}^3 \quad \text{:Módulo de la sección respecto a la fibra superior}$$

$$S_b := \frac{I_x}{C_b} = 41393.836 \text{ cm}^3 \quad \text{:Módulo de la sección respecto a la fibra inferior}$$

$$r = 22.904 \text{ cm} \quad \text{:Radio de giro de la sección}$$

$$e = 39 \text{ cm} \quad \text{:Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo}$$



Calculando los esfuerzos en el centro de la viga, que es donde actúa el Momento Maximo por peso propio:

$$f_t := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{e \cdot C_t}{r^2} \right) - \frac{M_D}{S_t} = 7.74 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo en fibra superior (+) Tracción

Esfuerzo maximo en tracción ( no en extremos)

$$0.80 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 14.967 \frac{kg}{cm^2}$$

res1 = "cumple"

$$f_b := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{e \cdot C_b}{r^2} \right) + \frac{M_D}{S_b} = -80.9 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo en fibra inferior (-) Compresión

Esfuerzo maximo en compresión ( no en extremos)

$$0.60 \cdot f'_{ci} = 210 \frac{kg}{cm^2}$$

res2 = "cumple"

Calculando los esfuerzos en los extremos de la viga , donde el peso propio no actúa:

$$f_{t1} := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{e \cdot C_t}{r^2} \right) = 31.93 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo en fibra superior (+) Tracción

Esfuerzo maximo en tracción ( en los extremos)

$$1.60 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 29.933 \frac{kg}{cm^2}$$

res3 = "no cumple"

$$f_{b1} := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{e \cdot C_b}{r^2} \right) = -118.4 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo en fibra inferior (-) Compresión

Esfuerzo maximo en compresión ( en los extremos)

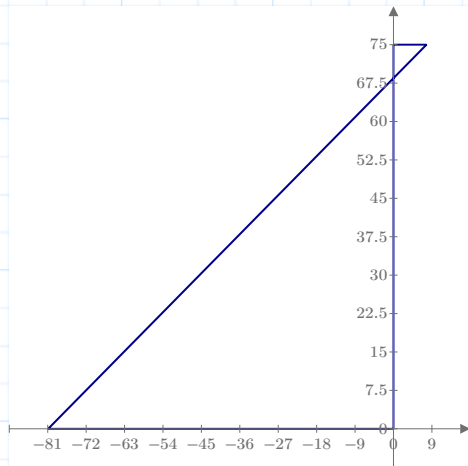
$$0.70 \cdot f'_{ci} = 245 \frac{kg}{cm^2}$$

res4 = "cumple"

*Graficos de Esfuerzos iniciales al cortar los cables, en la fibra superior e inferior ft - fb*

Grafico de Esfuerzos en la mitad de la viga

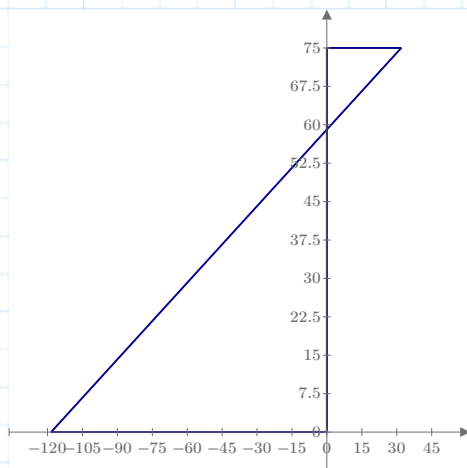




esfuerzos\_mitad (cm)

$$\underline{esf\_en\_x \left( \frac{kg}{cm^2} \right)}$$

Grafico de Esfuerzos en los extremos de la viga



esf\_extremos (cm)

$$\underline{esf2\_en\_x \left( \frac{kg}{cm^2} \right)}$$

### 3.6 Diseño a flexión en resistencia ultima:

$M_u = 73000 \text{ kg} \cdot \text{m}$  :MOMENTO FLECTOR EXTERIOR ACTUANTE SOBRE A VIGA

$F_y := 4200 \frac{kg}{cm^2}$  :Esfuerzo de fluencia de acero normal

fps Se puede calcular con la siguiente fórmula siempre y cuando el esfuerzo efectivo de trabajo fpe luego de que se den las pérdidas, no sea menor a 0.50fpu, es decir el 50% del esfuerzo último especificado (19000kg/cm<sup>2</sup>) para aceros de grado 270ksi.



$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right] \right)$$

$$\frac{f_{py}}{f_{pu}} = 0.901$$

$$d_p := h - \hat{y} + e = 68.38 \text{ cm} \quad \text{:distanncia de la fibra superior al centroide del cable}$$

$$\gamma_p = 0.55 \quad \text{:usualmente para barras de pretensar}$$

$$\beta_1 := 1.05 - 0.05 \cdot \frac{f'_c}{70 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 0.76 \quad \text{:Coeficiente para calcular la profundidad del bloque de compresion, en funcion de f'c}$$

\*En este caso no se utiliza acero adicional ni a tensión ni a compresión:

$$\therefore \rho' := 0 \quad \text{:Cuantía de acero a compresión}$$

$$\therefore d' := 0 \text{ cm} \quad \text{:Peralte de acero a compresión}$$

$$\therefore \rho := 0 \quad \text{:Cuantía de acero a tensión}$$

$$\therefore d := 0 \text{ cm} \quad \text{:Peralte de acero a tensión}$$

$\rho_p$ : Cuantía de Acero de preesfuerzo

$$\rho_p := \frac{A_p}{b \cdot d_p} = 0.001 \quad \text{*solo cuando } w' > 0, \text{ el siguiente termino debe tomarse como mínimo } 0.17 \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right]$$

$$w := \rho \cdot \frac{F_y}{f'_c} = 0$$

$$w' := \rho' \cdot \frac{F_y}{f'_c} = 0 \quad \therefore \text{cond} := \left( \rho_p \cdot \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \cdot (w - w') \right) = 0.048$$

$$\therefore \text{val} := \text{if}(w' > 0 \wedge \text{cond} \leq 0.17, 0.17, \text{cond}) = 0.048$$

\*y tambien d' no debe ser mayor a  $0.15 d_p$ , de no cumplirse

$$\text{esto, } w' \text{ se toma} = 0 \quad d' := 0 \text{ cm} \quad 0.15 \cdot d_p = 10.256 \text{ cm} \\ \therefore \text{con} = \text{"cumple"}$$

$$\therefore f_{ps} := f_{pu} \cdot \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \cdot (\text{val}) \right) = 18341.3 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$a := \frac{A_p \cdot f_{ps}}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = 3.74 \text{ cm}$$

$$\therefore Mn := A_p \cdot f_{ps} \cdot \left( d_p - \frac{a}{2} \right)$$

$$\therefore \phi Mn := 0.9 \cdot Mn = 76132 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad : \text{ Cuando solo hay cable de pretensado}$$

$$Demand\_capacidad := \frac{Mu}{\phi Mn} \cdot 100 = 96 \quad : \% \text{ al que trabaja la sección}$$

$\therefore$  *conclusión* = “LA SECCIÓN SI RESISTE”

## 4) FLEXIÓN SECCIÓN DOBLE T

### 4.1.-introduccion de datos por el usuario

Geometria de la sección

$$b := 1.60 \text{ m} \quad : \text{ ancho total de sección doble T}$$

$$h := 65 \text{ cm} \quad : \text{ altura de la sección doble T}$$

$$L := 12 \text{ m} \quad : \text{ Logitud de la viga considerada}$$

$$b1 := 80 \text{ cm} \quad : \text{ ancho de las alas salientes}$$

$$b2 := 0.5 \cdot (b - b1) = 40 \text{ cm} \quad : \text{ ancho intermedio}$$

$$t_w := 22.5 \text{ cm} \quad : \text{ espesor de las almas}$$

$$t_f := 15 \text{ cm} \quad : \text{ espesor del ala/patín}$$

$$A_c := t_f \cdot b + 2 \cdot t_w \cdot (h - t_f) = 4650 \text{ cm}^2$$

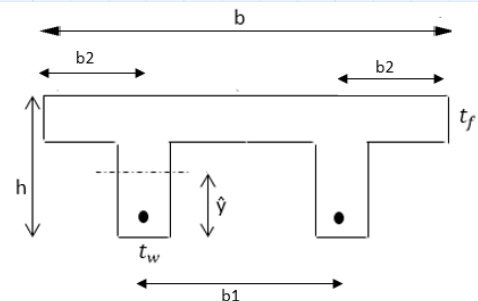
$$\hat{y} := \frac{(2 \cdot t_w \cdot (h - t_f) \cdot 0.5 \cdot (h - t_f)) + b \cdot t_f \cdot (h - 0.5 \cdot t_f)}{t_w \cdot 2 \cdot (h - t_f) + b \cdot t_f} \quad : \text{ Ordenada del C.G. de la sección}$$

$$\hat{y} = 41.774 \text{ cm}$$

$$k1 := h - t_f$$

$$k2 := h - 0.5 \cdot t_f$$

$$I_x := 2 \cdot \left( t_w \cdot \frac{k1^3}{12} \right) + 2 \cdot (t_w \cdot k1) \cdot (0.5 \cdot k1 - \hat{y})^2 + b \cdot \frac{t_f^3}{12} + (b \cdot t_f) \cdot (k2 - \hat{y})^2 = 1740362.9 \text{ cm}^4$$



$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 19.3 \text{ cm}$$

#### 4.2 Datos para el hormigón utilizado

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de diseno del hormigón}$$

$$f'_{ci} := 350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de hormigon al cortar los cables}$$

$$\gamma := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{: Peso especifico del hormigón}$$

$$E_c := 15100 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 302000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$E_{ci} := 15100 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 282495.1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

#### 4.3 Datos para el acero de preesfuerzo utilizado

Tipo de cable utilizado: torones grado 270ksi con  $a = 1.387 \text{ cm}^2$

$$\therefore A := 1.387 \text{ cm}^2 \quad \text{: Area del acero de 0.6 pulgadas (ver tabla 1 de tipos de cables)}$$

$$f_{pu} := 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia ultima de los torones de preesfuerzo}$$

$$E_p := 2000000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Modulo Elastico del acero de preesfuerzo}$$

"El numero de caables debe ser par para que se distribuya uniformemente en las 2 almas"

$$\#cables := 6 \quad \text{: Número de cables para flexión}$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 8.322 \text{ cm}^2 \quad \text{: Area total de acero de preesfuerzo}$$

$$f_{pi} := 14000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Esfuerzo inicial en el cable de pretensado}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$P_i := A_p \cdot f_{pi} = 116508 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza inicial de pretensado para flexión}$$

$$\varepsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007$$

$$\hat{y} = 41.774 \text{ cm}$$

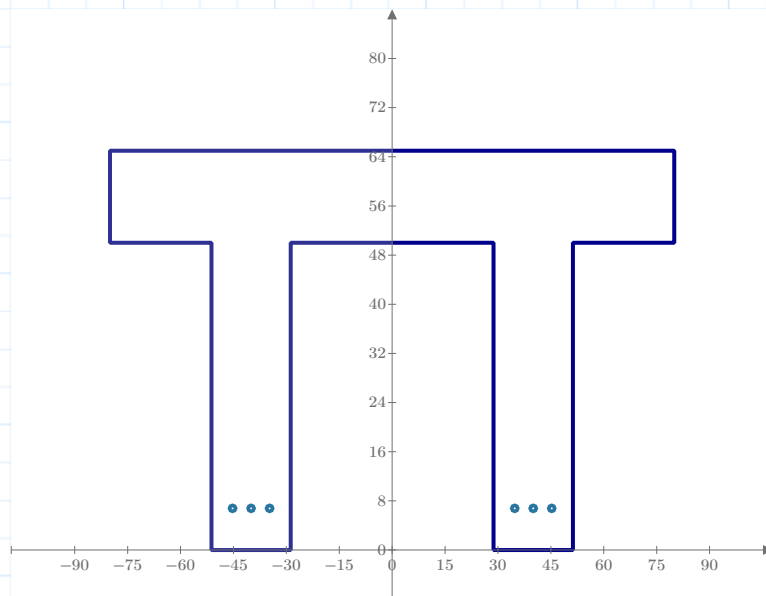
$$e := 35 \text{ cm} \quad \text{:Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo}$$

$$recp := 6 \text{ cm} \quad \text{:Recubrimiento izq y derch minimo desde el borde al centro de los aceros de preesfuerzo ( dato para graficar la sección)}$$

$$S_p := \text{if} \left( \#cables > 1, \frac{(t_w - 2 \cdot recp)}{0.5 \cdot \#cables - 1}, 0 \text{ cm} \right)$$

$$\therefore S_p = 5.25 \text{ cm} \quad \text{:Espaciamiento entre aceros de preesfuerzo en caso de usar mas de 1 cable, si se usa solo 1 su valor es 0}$$

#### 4.4 Gráfico de la seccion y posición del cable que se va a analizar



#### 4.5 Análisis de los esfuerzos en la sección al cortar los cables

"El ACI expresa que los esfuerzos en tracción en el acero de preesfuerzo, no deben exceder los siguientes valores:"

$$f_{pi} = 14000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

-Debido a la fuerza del gato de preesforzado :



Como valor límite:  $0.94 \cdot f_{py} = 16092.8 \frac{kg}{cm^2}$

pero no mayor que el mínimo entre:  $0.80 \cdot f_{pu} = 15200 \frac{kg}{cm^2}$

Y el máximo establecido por el fabricante o por los dispositivos de anclaje

$\therefore con = \text{"cumple"}$

**-Justo después de la transferencia del esfuerzo de preesfuerzo:**

Como valor límite:  $0.82 \cdot f_{py} = 14038.4 \frac{kg}{cm^2}$

pero no mayor que:  $0.74 \cdot f_{pu} = 14060 \frac{kg}{cm^2}$

$\therefore con1 = \text{"cumple"}$

*En estado elástico, los esfuerzos en las fibras extrema superior e inferior de la sección (ft,fb), están dadas por las siguientes expresiones de flexión básica en estado elástico:*

$$W_D := A_c \cdot \gamma = 11.2 \frac{kg}{cm}$$

:Peso propio de la viga por unidad de longitud

$$M_D := W_D \cdot \frac{L^2}{8} = 2008800 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

:Momento flector máximo por peso propio

$$C_t := h - \hat{y} = 23.226 \text{ cm}$$

:Distancia desde la L.N. a la fibra superior

$$C_b := \hat{y} = 41.774 \text{ cm}$$

:Distancia desde la L.N. a la fibra inferior

$$S_t := \frac{I_x}{C_t} = 74932.292 \text{ cm}^3$$

:Módulo de la sección respecto a la fibra superior

$$S_b := \frac{I_x}{C_b} = 41661.197 \text{ cm}^3$$

:Módulo de la sección respecto a la fibra inferior

$$r = 19.346 \text{ cm}$$

:Radio de giro de la sección

$$e = 35 \text{ cm}$$

:Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo

Calculando los esfuerzos en el centro de la viga, que es donde actúa el Momento Máximo por peso propio:





$$f_t := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{e \cdot C_t}{r^2} \right) - \frac{M_D}{S_t} = 2.56 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo en fibra superior (+) Tracción

Esfuerzo maximo en tracción ( no en extremos)

$$0.80 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 14.967 \frac{kg}{cm^2}$$

res1 = "cumple"

$$f_b := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{e \cdot C_b}{r^2} \right) + \frac{M_D}{S_b} = -74.7 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo en fibra inferior (-) Compresión

Esfuerzo maximo en compresión ( no en extremos)

$$0.60 \cdot f'_{ci} = 210 \frac{kg}{cm^2}$$

res2 = "cumple"

Calculando los esfuerzos en los extremos de la viga , donde el peso propio no actua:

$$f_{t1} := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{e \cdot C_t}{r^2} \right) = 29.36 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo en fibra superior (+) Tracción

Esfuerzo maximo en tracción ( en los extremos)

$$1.60 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 29.933 \frac{kg}{cm^2}$$

res3 = "cumple"

$$f_{b1} := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{e \cdot C_b}{r^2} \right) = -122.9 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo en fibra inferior (-) Compresión

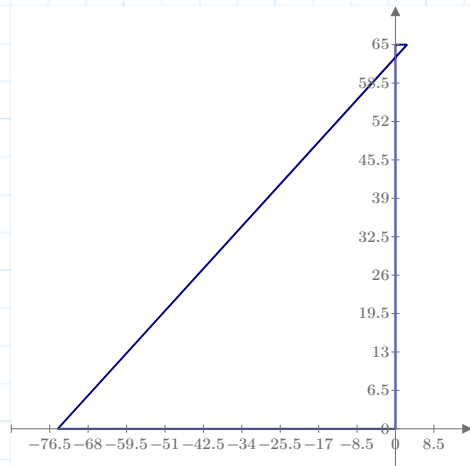
Esfuerzo maximo en compresión ( en los extremos)

$$0.70 \cdot f'_{ci} = 245 \frac{kg}{cm^2}$$

res4 = "cumple"

*Graficos de Esfuerzos iniciales al cortar los cables, en la fibra superior e inferior  $f_t$  -  $f_b$*

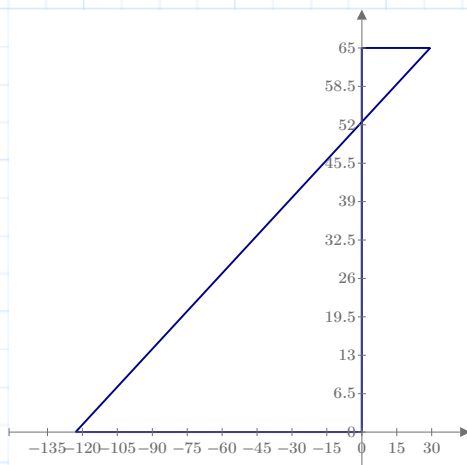
Grafico de Esfuerzos en la mitad de la viga



esfuerzos\_mitad (cm)

$$\underline{esf\_en\_x \left( \frac{kg}{cm^2} \right)}$$

Grafico de Esfuerzos en los extremos de la viga



esf\_extremos (cm)

$$\underline{esf2\_en\_x \left( \frac{kg}{cm^2} \right)}$$

#### 4.6 Diseño a flexión en resistencia ultima:

$Mu = 73000 \text{ kg} \cdot m$  :MOMENTO FLECTOR EXTERIOR ACTUANTE SOBRE A VIGA

$Fy := 4200 \frac{kg}{cm^2}$  :Esfuerzo de fluencia de acero normal

fps Se puede calcular con la siguiente fórmula siempre y cuando el esfuerzo efectivo de trabajo fpe luego de que se den las pérdidas, no sea menor a 0.50fpu, es decir el 50% del esfuerzo último especificado (19000kg/cm<sup>2</sup>) para aceros de grado 270ksi.



$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right] \right)$$

$$\frac{f_{py}}{f_{pu}} = 0.901$$

$$d_p := h - \hat{y} + e = 58.23 \text{ cm} \quad \text{:distancia de la fibra superior al centroide del cable}$$

$$\gamma_p = 0.55 \quad \text{:usualmente para barras de pretensar}$$

$$\beta_1 := 1.05 - 0.05 \cdot \frac{f'_c}{70 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 0.76 \quad \text{:Coeficiente para calcular la profundidad del bloque de compresion, en funcion de f'c}$$

\*En este caso no se utiliza acero adicional ni a tensión ni a compresión:

$$\therefore \rho' := 0 \quad \text{:Cuantía de acero a compresión}$$

$$\therefore d' := 0 \text{ cm} \quad \text{:Peralte de acero a compresión}$$

$$\therefore \rho := 0 \quad \text{:Cuantía de acero a tensión}$$

$$\therefore d := 0 \text{ cm} \quad \text{:Peralte de acero a tensión}$$

$\rho_p$ : Cuantía de Acero de preesfuerzo

$$\rho_p := \frac{A_p}{b \cdot d_p} = 0.0009 \quad \text{*solo cuando } w' > 0, \text{ el siguiente termino debe tomarse como mínimo } 0.17 \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right]$$

$$w := \rho \cdot \frac{F_y}{f'_c} = 0$$

$$w' := \rho' \cdot \frac{F_y}{f'_c} = 0 \quad \therefore \text{cond} := \left( \rho_p \cdot \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \cdot (w - w') \right) = 0.042$$

$$\therefore \text{val} := \text{if}(w' > 0 \wedge \text{cond} \leq 0.17, 0.17, \text{cond}) = 0.042$$

\*y tambien d' no debe ser mayor a  $0.15 d_p$ , de no cumplirse esto,  $w'$  se toma = 0  $d' := 0 \text{ cm}$   $0.15 \cdot d_p = 8.734 \text{ cm}$   
 $\therefore \text{con} = \text{"cumple"}$

$$\therefore f_{ps} := f_{pu} \cdot \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \cdot (\text{val}) \right) = 18419.8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$a := \frac{A_p \cdot f_{ps}}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = 2.82 \text{ cm}$$

$$\therefore Mn := A_p \cdot f_{ps} \cdot \left( d_p - \frac{a}{2} \right)$$

$$\therefore \phi Mn := 0.9 \cdot Mn = 78385 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad : \text{ Cuando solo hay cable de pretensado}$$

$$Demand\_capacidad := \frac{Mu}{\phi Mn} \cdot 100 = 93 \quad : \% \text{ al que trabaja la sección}$$

$\therefore$  *conclusión* = “LA SECCIÓN SI RESISTE”

## 5) FLEXIÓN SECCIÓN I

### 5.1.-introduccion de datos por el usuario

Geometria de la sección

$$\begin{aligned} b &:= 70 \text{ cm} & : \text{ ancho de sección I} \\ h &:= 75 \text{ cm} & : \text{ altura de la sección I} \\ L &:= 12 \text{ m} & : \text{ Logitud de la viga considerada} \end{aligned}$$

$$t_w := 35 \text{ cm} \quad : \text{ espesor del alma}$$

$$t_f := 15 \text{ cm} \quad : \text{ espesor del ala/patín}$$

$$A_c := (2 \cdot t_f \cdot b) + t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f) = 3675 \text{ cm}^2$$

$$\hat{y} := \frac{b \cdot t_f \cdot 0.5 \cdot t_f + t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot (t_f + 0.5 \cdot (h - 2 \cdot t_f)) + b \cdot t_f \cdot (h - 0.5 \cdot t_f)}{t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f) + 2 \cdot b \cdot t_f} \quad : \text{ Ordenada del C.G. de la sección}$$

$$\therefore \hat{y} = 37.5 \text{ cm}$$

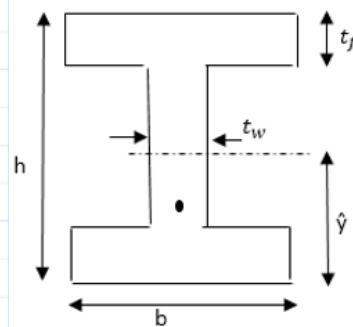
$$k1 := h - 2 \cdot t_f$$

$$k2 := h - 0.5 \cdot t_f$$

$$I_x := 2 \cdot b \cdot \frac{t_f^3}{12} + b \cdot t_f \cdot (0.5 \cdot t_f - \hat{y})^2 + t_w \cdot \frac{k1^3}{12} + t_w \cdot k1 \cdot (t_f + 0.5 \cdot k1 - \hat{y})^2 + b \cdot t_f \cdot (k2 - \hat{y})^2$$

$$\therefore I_x = 2195156.25 \text{ cm}^4$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 24.4 \text{ cm}$$





## 5.2 Datos para el hormigón utilizado

$$f'_c := 400 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{: Resistencia de diseno del hormigón}$$

$$f'_{ci} := 350 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{: Resistencia de hormigon al cortar los cables}$$

$$\gamma := 2400 \frac{kg}{m^3} \quad \text{: Peso especifico del hormigón}$$

$$E_c := 15100 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 302000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$E_{ci} := 15100 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 282495.1 \frac{kg}{cm^2}$$

## 5.3 Datos para el acero de preesfuerzo utilizado

Tipo de cable utilizado: torones grado 270ksi con  $a = 1.387 cm^2$

$$\therefore A := 1.387 cm^2 \quad \text{: Area del acero de 0.6 pulgadas (ver tabla 1 de tipos de cables )}$$

$$f_{pu} := 19000 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{: Resistencia ultima de los torones de preesfuerzo}$$

$$E_p := 2000000 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{: Modulo Elastico del acero de preesfuerzo}$$

$$\#cables := 5 \quad \text{: Número de cables para flexión}$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 6.935 cm^2 \quad \text{: Area total de acero de preesfuerzo}$$

$$f_{pi} := 14000 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{: Esfuerzo inicial en el cable de pretensado}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{: Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$P_i := A_p \cdot f_{pi} = 97090 kg \quad \text{: Fuerza inicial de pretensado para flexión}$$

$$\varepsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007$$

$$\hat{y} = 37.5 \text{ cm}$$

$$e := 31 \text{ cm}$$

: Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo

$$recp := 3 \text{ cm}$$

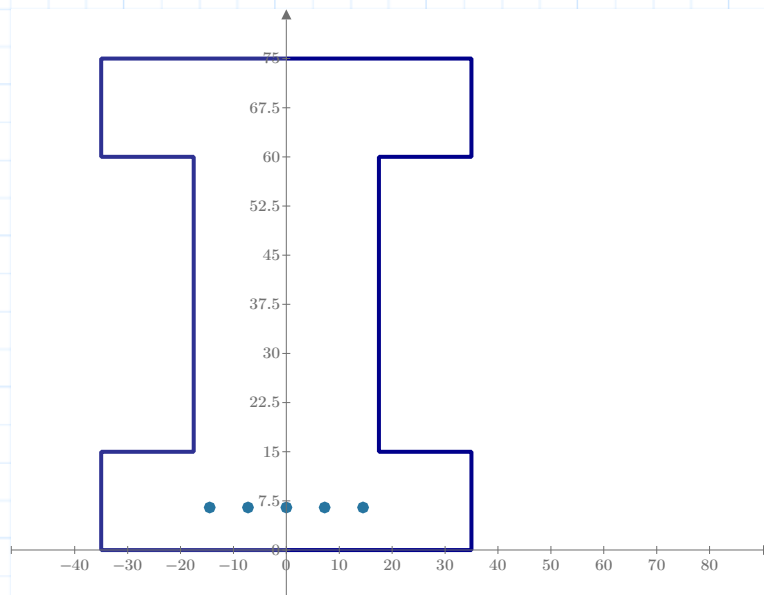
: Recrimiento izq y derch minimo desde el borde al centro de los aceros de preesfuerzo ( dato para graficar la sección)

$$S_p := \text{if} \left( \#cables > 1, \frac{(t_w - 2 \cdot recp)}{\#cables - 1}, 0 \text{ cm} \right)$$

$$\therefore S_p = 7.25 \text{ cm}$$

: Espaciamiento entre aceros de preesfuerzo en caso de usar mas de 1 cable, si se usa solo 1 su valor es 0

#### 5.4 Gráfico de la seccion y posición del cable que se va a analizar







#### 4.5 Análisis de los esfuerzos en la sección al cortar los cables

"El ACI expresa que los esfuerzos en tracción en el acero de preesfuerzo, no deben exceder los siguientes valores:"  $f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$

**-Debido a la fuerza del gato de preesforzado :**

Como valor límite:  $0.94 \cdot f_{py} = 16092.8 \frac{kg}{cm^2}$

pero no mayor que el mínimo entre:  $0.80 \cdot f_{pu} = 15200 \frac{kg}{cm^2}$  Y el máximo establecido por el fabricante o por los dispositivos de anclaje

$\therefore con = \text{"cumple"}$

**-Justo después de la transferencia del esfuerzo de preesfuerzo:**

Como valor límite:  $0.82 \cdot f_{py} = 14038.4 \frac{kg}{cm^2}$

pero no mayor que:  $0.74 \cdot f_{pu} = 14060 \frac{kg}{cm^2}$

$\therefore con1 = \text{"cumple"}$

En estado elástico, los esfuerzos en las fibras extrema superior e inferior de la sección (ft,fb), están dadas por las siguientes expresiones de flexión básica en estado elástico:

$W_D := A_c \cdot \gamma = 8.8 \frac{kg}{cm}$  :Peso propio de la viga por unidad de longitud

$M_D := W_D \cdot \frac{L^2}{8} = 1587600 \text{ kg} \cdot \text{cm}$  :Momento flector máximo por peso propio

$C_t := h - \hat{y} = 37.5 \text{ cm}$  :Distancia desde la L.N. a la fibra superior

$C_b := \hat{y} = 37.5 \text{ cm}$  :Distancia desde la L.N. a la fibra inferior

$S_t := \frac{I_x}{C_t} = 58537.5 \text{ cm}^3$  :Módulo de la sección respecto a la fibra superior

$S_b := \frac{I_x}{C_b} = 58537.5 \text{ cm}^3$  :Módulo de la sección respecto a la fibra inferior

$r = 24.44 \text{ cm}$  :Radio de giro de la sección

$e = 31 \text{ cm}$  :Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo



Calculando los esfuerzos en el centro de la viga, que es donde actúa el Momento Maximo por peso propio:

$$f_t := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{e \cdot C_t}{r^2} \right) - \frac{M_D}{S_t} = -2.12 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{:Esfuerzo en fibra superior (+) Tracción}$$

Esfuerzo maximo en tracción ( no en extremos)  $0.80 \cdot \sqrt{f'ci \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 14.967 \frac{kg}{cm^2}$

res1 = "cumple"

$$f_b := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{e \cdot C_b}{r^2} \right) + \frac{M_D}{S_b} = -50.7 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{:Esfuerzo en fibra inferior (-) Compresión}$$

Esfuerzo maximo en compresión ( no en extremos)  $0.60 \cdot f'ci = 210 \frac{kg}{cm^2}$

res2 = "cumple"

Calculando los esfuerzos en los extremos de la viga , donde el peso propio no actúa:

$$f_{t1} := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 - \frac{e \cdot C_t}{r^2} \right) = 25 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{:Esfuerzo en fibra superior (+) Tracción}$$

Esfuerzo maximo en tracción ( en los extremos)  $1.60 \cdot \sqrt{f'ci \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 29.933 \frac{kg}{cm^2}$

res3 = "cumple"

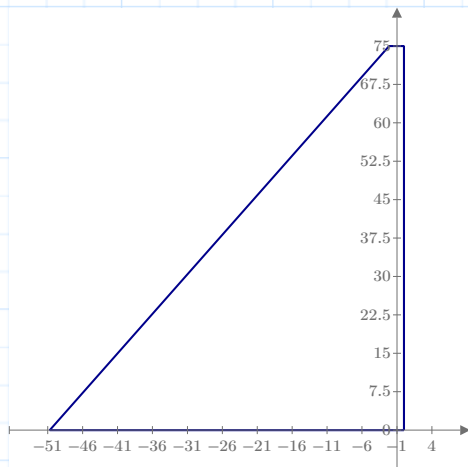
$$f_{b1} := \frac{-P_i}{A_c} \cdot \left( 1 + \frac{e \cdot C_b}{r^2} \right) = -77.8 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{:Esfuerzo en fibra inferior (-) Compresión}$$

Esfuerzo maximo en compresión ( en los extremos)  $0.70 \cdot f'ci = 245 \frac{kg}{cm^2}$

res4 = "cumple"

Graficos de Esfuerzos iniciales al cortar los cables, en la fibra superior e inferior  $f_t - f_b$

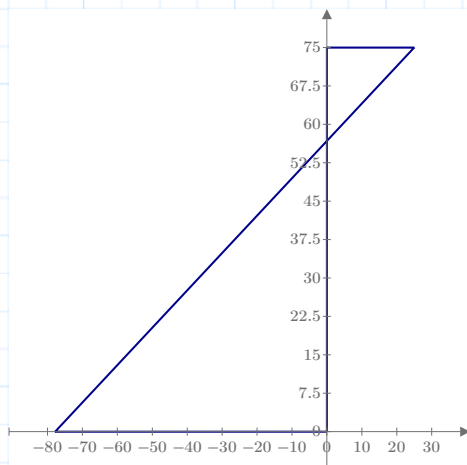
Grafico de Esfuerzos en la mitad de la viga



esfuerzos\_mitad (cm)

$$\underline{esf\_en\_x \left( \frac{kg}{cm^2} \right)}$$

Grafico de Esfuerzos en los extremos de la viga



esf\_extremos (cm)

$$\underline{esf2\_en\_x \left( \frac{kg}{cm^2} \right)}$$

#### 4.6 Diseño a flexión en resistencia ultima:

$M_u = 73000 \text{ kg} \cdot \text{m}$  :MOMENTO FLECTOR EXTERIOR ACTUANTE SOBRE A VIGA

$F_y := 4200 \frac{kg}{cm^2}$  :Esfuerzo de fluencia de acero normal

fps Se puede calcular con la siguiente fórmula siempre y cuando el esfuerzo efectivo de trabajo fpe luego de que se den las pérdidas, no sea menor a 0.50fpu, es decir el 50% del esfuerzo último especificado (19000kg/cm<sup>2</sup>) para aceros de grado 270ksi.



$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right] \right)$$

$$\frac{f_{py}}{f_{pu}} = 0.901$$

$$d_p := h - \hat{y} + e = 68.5 \text{ cm} \quad \text{:distanncia de la fibra superior al centroide del cable}$$

$$\gamma_p = 0.55 \quad \text{:usualmente para barras de pretensar}$$

$$\beta_1 := 1.05 - 0.05 \cdot \frac{f'_c}{70 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 0.76 \quad \text{:Coeficiente para calcular la profundidad del bloque de compresion, en funcion de f'c}$$

\*En este caso no se utiliza acero adicional ni a tensión ni a compresión:

$$\therefore \rho' := 0 \quad \text{:Cuantía de acero a compresión}$$

$$\therefore d' := 0 \text{ cm} \quad \text{:Peralte de acero a compresión}$$

$$\therefore \rho := 0 \quad \text{:Cuantía de acero a tensión}$$

$$\therefore d := 0 \text{ cm} \quad \text{:Peralte de acero a tensión}$$

$\rho_p$ : Cuantía de Acero de preesfuerzo

$$\rho_p := \frac{A_p}{b \cdot d_p} = 0.0014 \quad \text{*solo cuando } w' > 0, \text{ el siguiente termino debe tomarse como mínimo } 0.17 \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (w - w') \right]$$

$$w := \rho \cdot \frac{F_y}{f'_c} = 0$$

$$w' := \rho' \cdot \frac{F_y}{f'_c} = 0 \quad \therefore \text{cond} := \left( \rho_p \cdot \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \cdot (w - w') \right) = 0.069$$

$$\therefore \text{val} := \text{if}(w' > 0 \wedge \text{cond} \leq 0.17, 0.17, \text{cond}) = 0.069$$

\*y tambien d' no debe ser mayor a  $0.15 d_p$ , de no cumplirse esto,  $w'$  se toma = 0  $d' := 0 \text{ cm}$   $0.15 \cdot d_p = 10.275 \text{ cm}$   
 $\therefore \text{con} = \text{"cumple"}$

$$\therefore f_{ps} := f_{pu} \cdot \left( 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \cdot (\text{val}) \right) = 18060.7 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$a := \frac{A_p \cdot f_{ps}}{0.85 \cdot f'_c \cdot b} = 5.26 \text{ cm}$$



$$\therefore Mn := A_p \cdot f_{ps} \cdot \left( d_p - \frac{a}{2} \right)$$

$$\therefore \phi Mn := 0.9 \cdot Mn = 74251 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad : \text{ Cuando solo hay cable de pretensado}$$

$$Demand\_capacidad := \frac{Mu}{\phi Mn} \cdot 100 = 98 \quad : \% \text{ al que trabaja la sección}$$

$\therefore$  *conclusión* = “ LA SECCIÓN SI RESISTE ”

## 2) CORTANTE SECCIÓN HUECA (rect)

$V_u := 22000 \text{ kg}$  :CORTANTE EXTERNO ACUTANTE

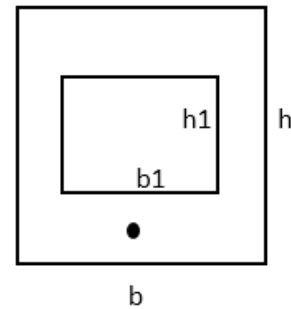
### 2.1.-introduccion de datos por el usuario

#### Geometria de la sección

$b := 65 \text{ cm}$  : ancho de sección  
 $h := 65 \text{ cm}$  : altura de la sección  
 $L := 12 \text{ m}$  : Logitud de la viga considerada

$b_1 := 20 \text{ cm}$  : ancho de parte hueca

$h_1 := 40 \text{ cm}$  : altura de parte hueca ( esta parte quedara en el centro de la sección)



### 2.2.-Dtaos adicionales :

$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  :Resistencia de diseno del hormigón

$M_u := 73000 \text{ kg} \cdot \text{m}$  :Momento actuante de Flexión

$e := 26 \text{ cm}$  :Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo

$d_p := 0.5 \cdot h + e = 58.5 \text{ cm}$  :distanncia de la fibra superior al centroide del cable,  
 ( dato del análisis a flexión)

$\phi_c := 0.75$  :Coeficiente de reducción para cortante

### 2.2.1 Datos para refuerzo a corte (necesario solo en caso extremo)

$\phi_{cort} := 0 \text{ mm}$  :Diametro de las varillas

$A_v := 2 \cdot \pi \cdot \frac{\phi_{cort}^2}{4} = 0 \text{ cm}^2$  :Area de las 2 ramas de cortante

$F_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  :Esfuerzo de fluencia del acero para cortante

$S := 30 \text{ cm}$  :Espaciamiento minimo establecido entre estribos

### 2.3.-Análisis a cortante:

"En elementos preesforzados con una fuerza activa mínima del 40% de la resistencia a la tracción del refuerzo de flexión, se toma el valor dado por la siguienet expresión;



$$V_c = \left( 0.16\lambda\sqrt{f'c} + 49 \frac{V_u d_p}{M_u} \right) b_w d \quad b_w := (b - b_1) = 0.45 \text{ m}$$

$\lambda$ : Factor de las variaciones de las propiedades mecánicas del hormigón,  $\lambda=1$  para hormigones de peso normal

"Para este análisis se asume que  $M_u$  ocurre conjuntamente con  $V_u$ "

$$V_c := \left( 0.16 \cdot 1 \cdot \sqrt{f'c \cdot \frac{kg}{cm^2}} + 49 \frac{kg}{cm^2} \cdot \frac{V_u \cdot d_p}{M_u} \right) \cdot b_w \cdot d_p$$

$$V_c = 31165.55 \text{ kg}$$

\*Pero se debe cumplir que:

$$0.53\lambda\sqrt{f'c}b_w d \leq V_c \leq 1.33\lambda\sqrt{f'c}b_w d$$

$$0.53 \cdot \sqrt{f'c \cdot \frac{kg}{cm^2}} \cdot b_w \cdot d_p = 27904.5 \text{ kg} \leq V_c \leq 1.33 \cdot \sqrt{f'c \cdot \frac{kg}{cm^2}} \cdot b_w \cdot d_p = 70024.5 \text{ kg}$$

$\therefore \text{con1} = \text{"cumple"}$

\*tambien debe cumplir que:

$$\frac{V_u \cdot d_p}{M_u} \leq 1 \quad \therefore \text{con} = \text{"cumple"} \quad \frac{V_u \cdot d_p}{M_u} = 0.176$$

$$\therefore \phi_c \cdot V_c = 23374 \text{ kg} \quad \text{: Resistencia solo del concreto}$$

$$\text{Demanda\_capacidad} := \frac{V_u}{\phi_c \cdot V_c} \cdot 100 = 94.121 \quad \text{: \% al que trabaja la sección}$$

$$\therefore \text{conclusión} = \text{"LA SECCIÓN RESISTE(hormigón)"}$$

Calculo de resistencia a cortante de acero de corte, solo si el hormigon no resiste

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad f_{yt} := 4200 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{: Esfuerzo de fluencia del acero de corte}$$

$$S = 30 \text{ cm} \quad \text{: Espaciamiento mínimo establecido}$$



$$\therefore V_s := \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d_p}{S} \quad \text{: Resistencia solo del acero de cortante}$$

$$\therefore \phi_c \cdot V_s = 0 \text{ kg}$$

\*pero se debe cumplir que:  $V_s < 2.2\sqrt{f'_c} b_w d$

$$V_s < 2.2 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \cdot b_w \cdot d_p$$

$\therefore \text{con5} = \text{"cumple"}$

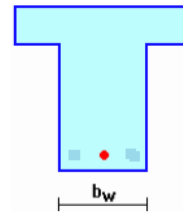
$$\therefore \phi V_n := \phi_c \cdot V_s + \phi_c \cdot V_c = 23374.2 \text{ kg} \quad \text{: Resistencia nominal por cortante del acero y homigón}$$

### 3) CORTANTE SECCIÓN T:

$$V_u := 22000 \text{ kg} \quad \text{: CORTANTE EXTERNO ACUTANTE}$$

#### 3.1.-introduccion de datos por el usuario

Geometria de la sección



$$b := 100 \text{ cm} \quad \text{: ancho de sección}$$

$$h := 75 \text{ cm} \quad \text{: altura de la sección}$$

$$L := 12 \text{ m} \quad \text{: Logitud de la viga considerada}$$

$$t_w := 35 \text{ cm} \quad \text{: espesor del alma}$$

$$t_f := 15 \text{ cm} \quad \text{: espesor del ala/patín}$$

$$A_c := t_f \cdot b + t_w \cdot (h - t_f) = 3600 \text{ cm}^2$$

$$\hat{y} := \frac{(t_w \cdot (h - t_f) \cdot 0.5 \cdot (h - t_f)) + b \cdot t_f \cdot (h - 0.5 \cdot t_f)}{t_w \cdot (h - t_f) + b \cdot t_f} \quad \text{: Ordenada del C.G. de la sección}$$

$$\hat{y} = 45.625 \text{ cm}$$

$$k1 := h - t_f$$

$$k2 := h - 0.5 \cdot t_f$$

$$I_x := t_w \cdot \frac{k1^3}{12} + (t_w \cdot k1) \cdot (0.5 \cdot k1 - \hat{y})^2 + b \cdot \frac{t_f^3}{12} + (b \cdot t_f) \cdot (k2 - \hat{y})^2 = 1888593.75 \text{ cm}^4$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 22.9 \text{ cm}$$

**3.2.-Dtaos adicionales :**

$$f'_c := 400 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Resistencia de diseno del hormigón}$$

$$M_u := 73000 \text{ kg} \cdot m \quad : \text{Momento actuante de Flexión}$$

$$e := 39 \text{ cm} \quad : \text{Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo}$$

$$d_p := h - \hat{y} + e = 68.38 \text{ cm} \quad : \text{distanncia de la fibra superior al centroide del cable, ( dato del análisis a flexión)}$$

$$\phi_c := 0.75 \quad : \text{Coeficiente de reducción para cortante}$$

**3.2.1 Datos para refuerzo a corte (necesario solo en caso extremo)**

$$\phi_{cort} := 0 \text{ mm} \quad : \text{Diametro de las varillas}$$

$$A_v := 2 \cdot \pi \cdot \frac{\phi_{cort}^2}{4} = 0 \text{ cm}^2 \quad : \text{Area de las 2 ramas de cortante}$$

$$F_{yt} := 4200 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo de fluencia del acero para cortante}$$

$$S := 30 \text{ cm} \quad : \text{Espaciamiento minimo establecido entre estribos}$$

**3.3.-Análisis a cortante:**

"En elementos preesforzados con una fuerza activa mínima del 40% de la resistencia a la tracción del refuerzo de flexión, se toma el valor dado por la siguienet expresión;

$$V_c = \left( 0.16 \lambda \sqrt{f'_c} + 49 \frac{V_u d_p}{M_u} \right) b_w d$$

$\lambda$ : Factor de las variaciones de las propiedades mecánicas del hormigón,  $\lambda=1$  para hormigones de peso normal

En esta sección se toma:  $b_w := t_w = 35 \text{ cm}$

"Para este análisis se asume que  $M_u$  ocurre conjuntamente con  $V_u$ "

$$V_c := \left( 0.16 \cdot 1 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{kg}{cm^2}} + 49 \frac{kg}{cm^2} \cdot \frac{Vu \cdot d_p}{Mu} \right) \cdot b_w \cdot d_p$$

$$V_c = 31821.43 \text{ kg}$$

\*Pero se debe cumplir que:

$$0.53 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \leq V_c \leq 1.33 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$0.53 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{kg}{cm^2}} \cdot b_w \cdot d_p = 25367.13 \text{ kg} \leq V_c \leq 1.33 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{kg}{cm^2}} \cdot b_w \cdot d_p = 63657.13 \text{ kg}$$

∴ *con1* = "cumple"

\*tambien debe cumplir que:

$$\frac{Vu \cdot d_p}{Mu} \leq 1 \quad \therefore \text{con} = \text{"cumple"} \quad \frac{Vu \cdot d_p}{Mu} = 0.206$$

$$\therefore \phi_c \cdot V_c = 23866 \text{ kg} \quad \text{: Resistencia solo del concreto}$$

$$Demanda\_capacidad := \frac{Vu}{\phi_c \cdot V_c} \cdot 100 = 92.181 \quad \text{: \% al que trabaja la sección}$$

∴ *conclusión* = "LA SECCIÓN RESISTE(hormigón)"

Calculo de resistencia a cortante de acero de corte, solo si el hormigon no resiste

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad f_{yt} := 4200 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{: Esfuerzo de fluencia del acero de corte}$$

$$S = 30 \text{ cm} \quad \text{: Espaciamiento mínimo establecido}$$

$$\therefore V_s := \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d_p}{S} \quad \text{: Resistencia solo del acero de cortante}$$

$$\therefore \phi_c \cdot V_s = 0 \text{ kg}$$

\*pero se debe cumplir que:  $V_s < 2.2 \sqrt{f'_c} b_w d$

$$V_s < 2.2 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{kg}{cm^2}} \cdot b_w \cdot d_p$$

∴ *con5* = "cumple"

$$\therefore \phi V_n := \phi_c \cdot V_s + \phi_c \cdot V_c = 23866.1 \text{ kg} \quad \text{: Resistencia nominal por cortante del acero y homigón}$$

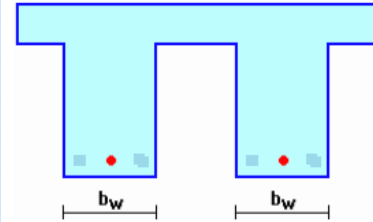
#### 4) CORTANTE SECCIÓN DOBLE T:

$$V_u := 22000 \text{ kg} \quad \text{: CORTANTE EXTERNO ACUTANTE}$$

##### 4.1.-introduccion de datos por el usuario

Geometria de la sección

$$\begin{aligned} b &:= 1.60 \text{ m} && \text{: ancho total de sección doble T} \\ h &:= 65 \text{ cm} && \text{: altura de la sección doble T} \\ L &:= 12 \text{ m} && \text{: Logitud de la viga considerada} \\ b_1 &:= 80 \text{ cm} && \text{: ancho intermedio} \end{aligned}$$



$$b_2 := 0.5 \cdot (b - b_1) = 40 \text{ cm} \quad \text{: ancho de las alas salientes}$$

$$t_w := 22.5 \text{ cm} \quad \text{: ancho de las almas}$$

$$t_f := 15 \text{ cm} \quad \text{: ancho del ala/patín}$$

$$A_c := t_f \cdot b + 2 \cdot t_w \cdot (h - t_f) = 4650 \text{ cm}^2$$

$$\hat{y} := \frac{(2 \cdot t_w \cdot (h - t_f) \cdot 0.5 \cdot (h - t_f)) + b \cdot t_f \cdot (h - 0.5 \cdot t_f)}{t_w \cdot 2 \cdot (h - t_f) + b \cdot t_f} \quad \text{: Ordenada del C.G. de la sección}$$

$$\hat{y} = 41.774 \text{ cm}$$

$$k_1 := h - t_f$$

$$k_2 := h - 0.5 \cdot t_f$$

$$I_x := 2 \cdot \left( t_w \cdot \frac{k_1^3}{12} \right) + 2 \cdot (t_w \cdot k_1) \cdot (0.5 \cdot k_1 - \hat{y})^2 + b \cdot \frac{t_f^3}{12} + (b \cdot t_f) \cdot (k_2 - \hat{y})^2 = 1740362.9 \text{ cm}^4$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 19.3 \text{ cm}$$

##### 4.2.-Dtaos adicionales :

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de diseno del hormigón}$$

$M_u := 73000 \text{ kg} \cdot \text{m}$  :Momento actuante de Flexión

$e := 35 \text{ cm}$  :Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo

$d_p := h - \hat{y} + e = 58.23 \text{ cm}$  :distancia de la fibra superior al centroide del cable,  
( dato del análisis a flexión)

$\phi_c := 0.75$  :Coeficiente de reducción para cortante

#### 4.2.1 Datos para refuerzo a corte (necesario solo en caso extremo)

$\phi_{cort} := 10 \text{ mm}$  :Diametro de las varillas

$A_v := 2 \cdot \pi \cdot \frac{\phi_{cort}^2}{4} = 1.571 \text{ cm}^2$  :Area de las 2 ramas de cortante

$F_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  :Esfuerzo de fluencia del acero para cortante

$S := 30 \text{ cm}$  :Espaciamiento minimo establecido entre estribos

#### 4.3.-Análisis a cortante:

"En elementos preesforzados con una fuerza activa mínima del 40% de la resistencia a la tracción del refuerzo de flexión, se toma el valor dado por la siguiente expresión;

$$V_c = \left( 0.16 \lambda \sqrt{f'_c} + 49 \frac{V_u d_p}{M_u} \right) b_w d$$

$\lambda$ : Factor de las variaciones de las propiedades mecánicas del hormigón,  $\lambda=1$  para hormigones de peso normal

En esta sección se toma:  $b_w := 2 \cdot t_w = 45 \text{ cm}$

"Para este análisis se asume que  $M_u$  ocurre conjuntamente con  $V_u$ "

$$V_c := \left( 0.16 \cdot 1 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} + 49 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{V_u \cdot d_p}{M_u} \right) \cdot b_w \cdot d_p$$

$$V_c = 30913.39 \text{ kg}$$

\*Pero se debe cumplir que:

$$0.53\lambda\sqrt{f'c}b_wd \leq V_c \leq 1.33\lambda\sqrt{f'c}b_wd$$

$$0.53 \cdot \sqrt{f'c \cdot \frac{kg}{cm^2}} \cdot b_w \cdot d_p = 27773.71 \text{ kg} \leq V_c \leq 1.33 \cdot \sqrt{f'c \cdot \frac{kg}{cm^2}} \cdot b_w \cdot d_p = 69696.29 \text{ kg}$$

$\therefore con1 = \text{"cumple"}$

\*tambien debe cumplir que:

$$\frac{Vu \cdot d_p}{Mu} \leq 1 \quad \therefore con = \text{"cumple"} \quad \frac{Vu \cdot d_p}{Mu} = 0.175$$

$$\therefore \phi_c \cdot V_c = 23185 \text{ kg} \quad : \text{Resistencia solo del concreto}$$

$$Demanda\_capacidad := \frac{Vu}{\phi_c \cdot V_c} \cdot 100 = 94.889 \quad : \% \text{ al que trabaja la sección}$$

$\therefore conclusion = \text{"LA SECCIÓN RESISTE(hormigón)"}$

Calculo de resistencia a cortante de acero de corte, solo si el hormigon no resiste

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{S} \quad f_{yt} := 4200 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo de fluencia del acero de corte}$$

$$S = 30 \text{ cm} \quad : \text{Espaciamiento mínimo establecido}$$

$$\therefore V_s := \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d_p}{S} \quad : \text{Resistencia solo del acero de cortante}$$

$$\therefore \phi_c \cdot V_s = 9603.393 \text{ kg}$$

\*pero se debe cumplir que:  $V_s < 2.2\sqrt{f'c}b_wd$

$$V_s < 2.2 \cdot \sqrt{f'c \cdot \frac{kg}{cm^2}} \cdot b_w \cdot d_p$$

$\therefore con5 = \text{"cumple"}$

$$\therefore \phi V_n := \phi_c \cdot V_s + \phi_c \cdot V_c = 32788.4 \text{ kg} \quad : \text{Resistencia nominal por cortante del acero y homigón}$$

## 5) CORTANTE SECCIÓN I:

$V_u := 22000 \text{ kg}$  :CORTANTE EXTERNO ACUTANTE

### 5.1.-introduccion de datos por el usuario

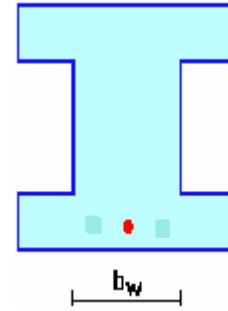
Geometria de la sección

$b := 70 \text{ cm}$  : ancho de sección I  
 $h := 75 \text{ cm}$  : altura de la sección I  
 $L := 12 \text{ m}$  : Logitud de la viga considerada

$t_w := 35 \text{ cm}$  : espesor del alma

$t_f := 15 \text{ cm}$  : espesor del ala/patín

$$A_c := (2 \cdot t_f \cdot b) + t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f) = 3675 \text{ cm}^2$$



$$\hat{y} := \frac{b \cdot t_f \cdot 0.5 \cdot t_f + t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot (t_f + 0.5 \cdot (h - 2 \cdot t_f)) + b \cdot t_f \cdot (h - 0.5 \cdot t_f)}{t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f) + 2 \cdot b \cdot t_f} \quad \text{: Ordenada del C.G. de la sección}$$

$$\therefore \hat{y} = 37.5 \text{ cm}$$

$$k1 := h - 2 \cdot t_f$$

$$k2 := h - 0.5 \cdot t_f$$

$$I_x := 2 \cdot b \cdot \frac{t_f^3}{12} + b \cdot t_f \cdot (0.5 \cdot t_f - \hat{y})^2 + t_w \cdot \frac{k1^3}{12} + t_w \cdot k1 \cdot (t_f + 0.5 \cdot k1 - \hat{y})^2 + b \cdot t_f \cdot (k2 - \hat{y})^2$$

$$\therefore I_x = 2195156.25 \text{ cm}^4$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 24.4 \text{ cm}$$

### 5.2.-Dtaos adicionales :

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de diseno del hormigón}$$

$$M_u := 73000 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad \text{: Momento actuante de Flexión}$$





$e := 31 \text{ cm}$  : Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo

$d_p := h - \hat{y} + e = 68.5 \text{ cm}$  : distancia de la fibra superior al centroide del cable,  
( dato del análisis a flexión)

$\phi_c := 0.75$  : Coeficiente de reducción para cortante

### 5.2.1 Datos para refuerzo a corte (necesario solo en caso extremo)

$\phi_{cort} := 0 \text{ mm}$  : Diametro de las varillas

$A_v := 2 \cdot \pi \cdot \frac{\phi_{cort}^2}{4} = 0 \text{ cm}^2$  : Area de las 2 ramas de cortante

$F_{yt} := 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$  : Esfuerzo de fluencia del acero para cortante

$S := 30 \text{ cm}$  : Espaciamiento minimo establecido entre estribos

### 5.3.-Análisis a cortante:

"En elementos preesforzados con una fuerza activa mínima del 40% de la resistencia a la tracción del refuerzo de flexión, se toma el valor dado por la siguiente expresión;

$$V_c = \left( 0.16 \lambda \sqrt{f'_c} + 49 \frac{V_u d_p}{M_u} \right) b_w d$$

$\lambda$ : Factor de las variaciones de las propiedades mecánicas del hormigón,  $\lambda=1$  para hormigones de peso normal

En esta sección se toma:  $b_w := t_w = 35 \text{ cm}$

"Para este análisis se asume que  $M_u$  ocurre conjuntamente con  $V_u$ "

$$V_c := \left( 0.16 \cdot 1 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} + 49 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{V_u \cdot d_p}{M_u} \right) \cdot b_w \cdot d_p$$

$$V_c = 31923.86 \text{ kg}$$

\*Pero se debe cumplir que:

$$0.53 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \leq V_c \leq 1.33 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$0.53 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{kg}{cm^2}} \cdot b_w \cdot d_p = 25413.5 \text{ kg} \quad \square \leq V_c \leq \square 1.33 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{kg}{cm^2}} \cdot b_w \cdot d_p = 63773.5 \text{ kg}$$

$\therefore \text{con1} = \text{"cumple"}$

\*tambien debe cumplir que:

$$\frac{Vu \cdot d_p}{Mu} \leq 1 \quad \therefore \text{con} = \text{"cumple"} \quad \frac{Vu \cdot d_p}{Mu} = 0.206$$

$$\therefore \phi_c \cdot V_c = 23943 \text{ kg} \quad \text{: Resistencia solo del concreto}$$

$$Demanda\_capacidad := \frac{Vu}{\phi_c \cdot V_c} \cdot 100 = 91.885 \quad \text{: \% al que trabaja la sección}$$

$$\therefore \text{conclusión} = \text{"LA SECCIÓN RESISTE(hormigón)"}$$

Calculo de resistencia a cortante de acero de corte, solo si el hormigon no resiste

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{S} \quad f_{yt} := 4200 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{: Esfuerzo de fluencia del acero de corte}$$
$$S = 30 \text{ cm} \quad \text{: Espaciamiento mínimo establecido}$$

$$V_s := \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d_p}{S} \quad \text{: Resistencia solo del acero de cortante}$$

$$\phi_c \cdot V_s = 0 \text{ kg}$$

\*pero se debe cumplir que:  $V_s < 2.2 \sqrt{f'_c} b_w d$

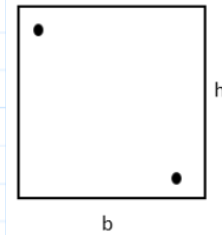
$$V_s < 2.2 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{kg}{cm^2}} \cdot b_w \cdot d_p$$

$\therefore \text{con5} = \text{"cumple"}$

$$\phi V_n := \phi_c \cdot V_s + \phi_c \cdot V_c = 23942.9 \text{ kg} \quad \text{: Resistencia nominal por cortante del acero y homigón}$$

## DISEÑO A TORSIÓN :

### 2) SECCION RECTANGULAR -TRAZADO CARAS SUPERIOR e INFERIOR - MEDIAS PARABOLAS



#### 2.1 Datos de la sección

$$h := 65 \text{ cm}$$

$$b := 50 \text{ cm}$$

$$h' := 7 \text{ cm}$$

$$b' := 5 \text{ cm}$$

:Recubrimientos

$$L := 12 \text{ m}$$

:Luz de viga

$$e_x := 50 \text{ cm}$$

:Brazo de torsión

$$P_{ext} := 30000 \text{ kg}$$

:Carga puntual externa aplicada a una distancia  $e_x$  del centro de la viga

$$q_{ext} := \frac{P_{ext}}{L} = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

:Carga actuante en un extremo de la viga a lo largo de su longitud para producir torsion

$$M_{tu1} := q_{ext} \cdot e_x \cdot L = 15000 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

:Momento isostatico de torsion

$$bt := h - 2 \cdot h' = 51 \text{ cm}$$

:Brazo de palanca entre cables de torsión

$$Ampl := b - 2 \cdot b' = 40 \text{ cm}$$

:Amplitud/ancho para trazar las parábolas

#### 2.2 Tipo Acero de preesfuerzo: "Acero de 7 torones de 0.6 pulgadas"

$$f_{pu} := 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A := 1.387 \text{ cm}^2$$

:Area de 1 cable (7 torones)

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\#cables := 8$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 11.096 \text{ cm}^2$$

:Area total del acero usado:

#### 2.3 Resistencia a Torsión del hormigón

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{cp} := h \cdot b = 3250 \text{ cm}^2$$

:Area de sección transversal

$$P_{cp} := 2 \cdot (h + b) = 230 \text{ cm}$$

:Perímetro de sección transversal

$$T_{cr} := 4 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}} \cdot \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} = 845529.12 \text{ lb} \cdot \text{in}$$

$$\therefore T_{cr} = 9742 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad : \text{Momento torsor de agrietamiento}$$

$M_{tu}$  final restando la contribución del hormigón:

$$M_{tu} := M_{tu1} - T_{cr} = 5258 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

2.4 Ecuacion del trazado y de la fuerza P de pretensado requerida:

$$P := \frac{M_{tu} \cdot L}{2 \cdot (h - 2 h') \cdot (2 \cdot b' - b)} = -154660.3 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza de tensado necesaria en el cable}$$

$$\therefore P_f := 1.10 \cdot P = -170126 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza P final necesaria considerando que habra un 10\% de perdidas instantáneas}$$

$$\therefore f_{pi} := \frac{P_f}{A_p} = -15332 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Esfuerzo inicial de tensado necesario, luego de haber restado las perdidas instantaneas}$$

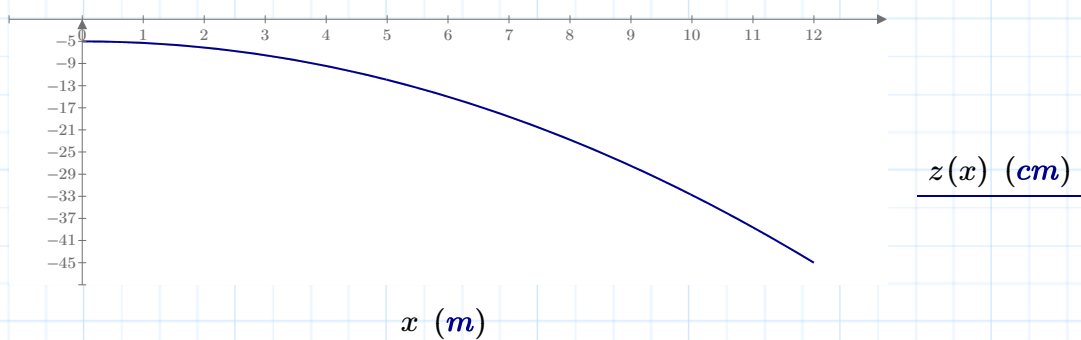
$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot P \cdot L \cdot (h - 2 h')} \cdot x^2 - b' \right) \quad : \text{Ecuación final del trazado, para las caras superior e inferior}$$

$$w = -0.003 \quad w1 = -0.05 \quad z(0 \text{ m}) = -5 \text{ cm}$$

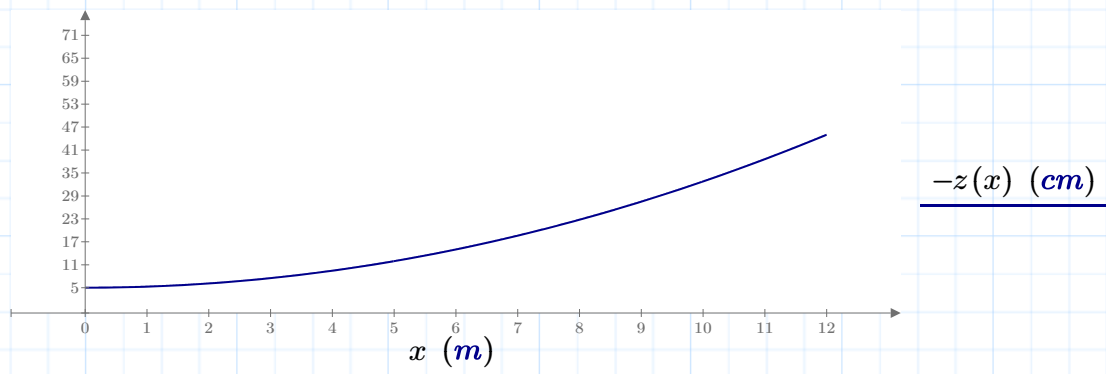
$$z(L) = -45 \text{ cm}$$

$$f(t) := w \cdot t^2 + w1 \quad : \text{Ecuacion q se forma}$$

Trazado de vista cara superior:

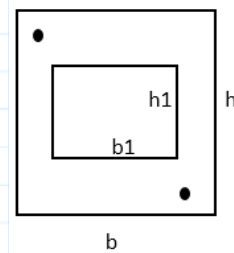


Trazado de vista cara inferior:



**OBSERVACIÓN IMPORTANTE:** "se puede observar que al usar solo un trazado de media parábola, se necesita mas de 4 veces el esfuerzo inicial de tensando en el cable, que cuando se usa un trazado de parabola complet"

#### 4) TRAZADO CARAS SUPERIOR E INFERIOR - SECCIÓN HUECA- PARABOLAS ENTERAS



##### 4.1 Datos de la sección:

$$h := 65 \text{ cm}$$

$$b := 65 \text{ cm}$$

$$h' := 7 \text{ cm}$$

$$b' := 5 \text{ cm}$$

:Recubrimientos

$$L := 12 \text{ m}$$
: Luz de viga

$$e_x := 50 \text{ cm}$$
: Brazo de torsión

$$b1 := 20 \text{ cm}$$
: Parte hueca

$$h1 := 40 \text{ cm}$$
: Parte hueca

$$P_{ext} := 30000 \text{ kg}$$
: Carga puntual externa aplicada a una distancia  $e_x$  del centro de la viga

$$q_{ext} := \frac{P_{ext}}{L} = (2.5 \cdot 10^3) \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$
: Carga actuante en un extremo de la viga a lo largo de su longitud para producir torsion

$$M_{tu1} := q_{ext} \cdot e_x \cdot L = 15000 \text{ kg} \cdot \text{m}$$
: Momento isostatico de torsion

$$bt := h - 2 \cdot h' = 51 \text{ cm}$$
: Brazo de palanca entre cables de torsión

$$Ampl := b - 2 \cdot b' = 55 \text{ cm}$$
: Amplitud/ancho para trazar las parábolas

#### 4.2 Tipo Acero de preesfuerzo: "Acero de 7 torones de 0.6 pulgadas"

$$f_{pu} = 19000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$A := 1.387 \text{ cm}^2 \quad \text{:Area de 1 cable (7 torones)}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\#cables := 1$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 1.387 \text{ cm}^2 \quad \text{:Area total del acero usado:}$$

#### 4.3 Resistencia a Torsión del hormigón

$$f'_c := 400 \frac{kg}{cm^2}$$

$$A_{cp} := h \cdot b = 4225 \text{ cm}^2$$

:Area de sección transversal

$$P_{cp} := 2 \cdot (h + b) = 260 \text{ cm}$$

:Perímetro de sección transversal

$$T_{cr} := 4 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{lb}{in^2}} \cdot \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} = 1264066.035 \text{ lb} \cdot \text{in}$$

$$\therefore T_{cr} = 14564 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad \text{:Momento torsor de agrietamiento}$$

$M_{tu}$  final restando la contribución del hormigón:

$$M_{tu} := M_{tu1} - T_{cr} = 436 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

#### 4.4 Ecuacion del trazado y de la fuerza P de pretensado requerida:

$$P := \frac{-M_{tu} \cdot L}{8 \cdot (h - 2 \cdot h') \cdot (b - 2 \cdot b')} = -2333.6 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza de tensado necesaria en el cable}$$

$$\therefore P_f := 1.10 \cdot P = -2567 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza P final necesaria considerando que habra un 10% de perdidas instantáneas}$$

$$\therefore f_{pi} := \frac{P_f}{A_p} = -1851 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo inicial de tensado necesario, luego de haber restado las perdidas instantaneas

$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot L \cdot P \cdot (h - 2 \cdot h')} \cdot x^2 + \frac{4 \cdot (b - 2 \cdot b') \cdot x}{L} - b + b' \right) \quad \text{:Ecuación final del trazado, para las caras superior e inferior}$$

$$z(0 \text{ m}) = -60 \text{ cm}$$



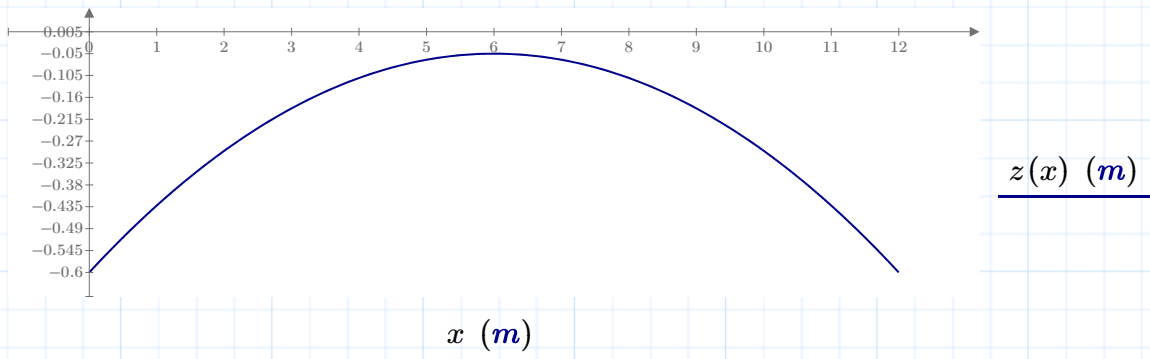
$$k_1 = -0.015 \quad k_2 = 0.183 \quad k_3 = -0.7$$

$$z(L) = -60 \text{ cm}$$

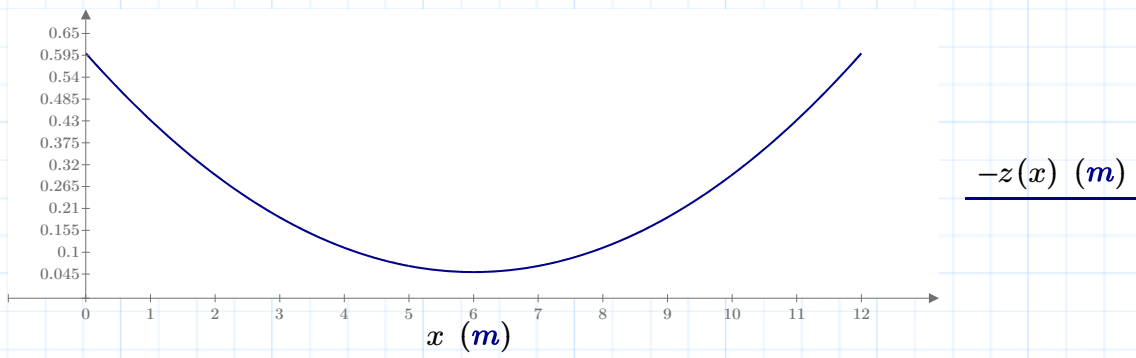
$$z(0.5 \cdot L) = -5 \text{ cm}$$

$$Z(x) := k_1 \cdot x^2 + k_2 \cdot x + k_3 \quad \text{:Ecuacion q se forma}$$

Trazado de vista cara superior:



Trazado de vista cara inferior:



## 6) TRAZADO EN EL ALMA - SECCIÓN T- PARABOLAS ENTERAS

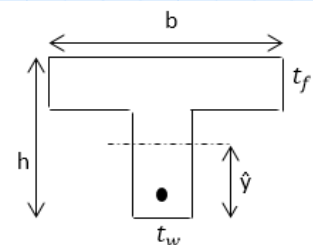
### 6.1 Datos de los patines de la seccion alto y ancho

$$h := 75 \text{ cm} \quad \text{: alto del patin} \quad h' := 7 \text{ cm} \quad \text{: Recubrimientos}$$

$$b := 100 \text{ cm} \quad \text{: ancho patin} \quad b' := 4 \text{ cm}$$

$$t_w := 35 \text{ cm} \quad \text{: espesor del alma}$$

$$t_f := 15 \text{ cm} \quad \text{: espesor del ala/patín} \quad L := 12 \text{ m} \quad \text{: Luz de viga}$$



$$Perim := b + 2 \cdot t_f + t_w + 2 \cdot (h - t_f) = 285 \text{ cm}$$

$$A_c := t_f \cdot b + t_w \cdot (h - t_f) = 3600 \text{ cm}^2$$





Debido a que el trazado es en el alma, para el análisis se asume:  $b := t_w$

$$\therefore b := t_w = 35 \text{ cm}$$

$$e_x := 50 \text{ cm} \quad \text{:Brazo de torsión}$$

$$P_{ext} := 30000 \text{ kg} \quad \text{:Carga puntual externa aplicada a una distancia } e_x \text{ del centro de la viga}$$

$$q_{ext} := \frac{P_{ext}}{L} = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \text{:Carga actuante en un extremo de la viga a lo largo de su longitud para producir torsion}$$

$$M_{tu} := q_{ext} \cdot e_x \cdot L = 15000 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad \text{:Momento isostatico de torsion}$$

$$bt := b - 2 \cdot b' = 27 \text{ cm} \quad \text{:Brazo de palanca entre cables de torsión}$$

$$Ampl := h - 2 \cdot h' = 61 \text{ cm} \quad \text{:Amplitud/ancho para trazar las parábolas}$$

**6.2 Tipo Acero de preesfuerzo:** "Acero de 7 torones de 0.6 pulgadas"

$$f_{pu} = 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A := 1.387 \text{ cm}^2 \quad \text{:Area de 1 cable (7 torones)}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\#cables := 3$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 4.161 \text{ cm}^2 \quad \text{:Area total del acero usado:}$$

**6.3 Resistencia a Torsión del hormigón**

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{cp} := A_c = 3600 \text{ cm}^2$$

:Area de sección transversal

$$P_{cp} := Perim = 285 \text{ cm}$$

:Perímetro de sección transversal

$$T_{cr} := 4 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{\text{lb}}{\text{in}^2} \cdot \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} = 837239.722 \text{ lb} \cdot \text{in}$$

$$\therefore T_{cr} = 9646 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad \text{:Momento torsor de agrietamiento}$$

$M_{tu}$  final restando la contribución del hormigón:

$$M_{tu} := M_{tu1} - T_{cr} = 5354 \text{ kg} \cdot \text{m}$$



#### 6.4 Ecuacion del trazado y de la fuerza P de pretensado requerida:

$$P := \frac{-M_{tu} \cdot L}{8 \cdot (h - 2 \cdot h') \cdot (b - 2 \cdot b')} = -48761 \text{ kg}$$

:Fuerza de tensado necesaria en el cable, luego de haber restado perdidas

$$\therefore P_f := 1.10 \cdot P = -53637 \text{ kg}$$

:Fuerza P final necesaria considerando que habra un 10% de perdidas instantáneas

$$\therefore f_{pi} := \frac{P_f}{A_p} = -12890 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

:Esfuerzo inicial de tensado necesario, luego de haber restado las perdidas instantaneas

$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot L \cdot P \cdot (h - 2 \cdot h')} \cdot x^2 + \frac{4 \cdot (b - 2 \cdot b') \cdot x}{L} - b + b' \right)$$

:Ecuación final del trazado, para las caras superior e inferior

$$z(0 \text{ m}) = -31 \text{ cm}$$

$$z(L) = -31 \text{ cm}$$

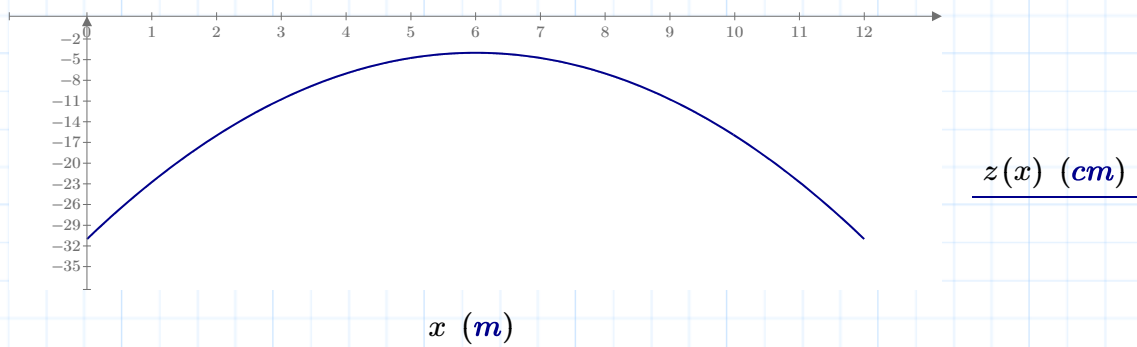
$$z(0.5 \cdot L) = -4 \text{ cm}$$

$$k1 = -0.008 \quad k2 = 0.09 \quad k3 = -0.39$$

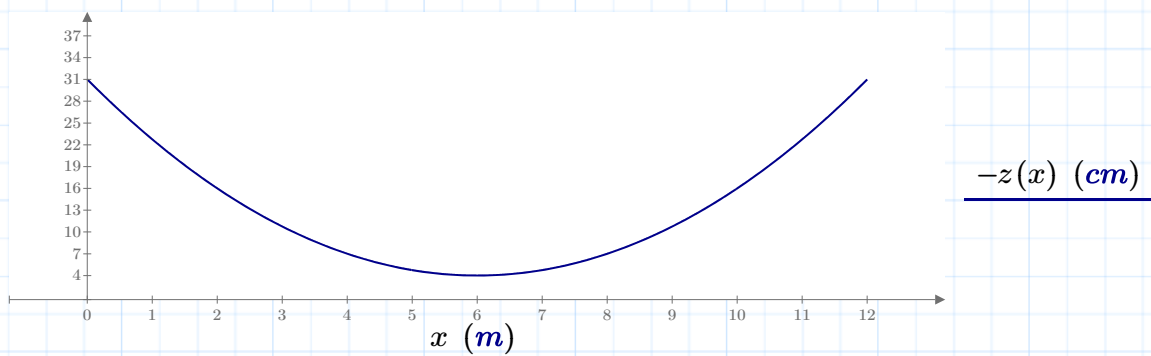
$$Z(x) := k1 \cdot x^2 + k2 \cdot x + k3$$

:Ecuacion q se forma

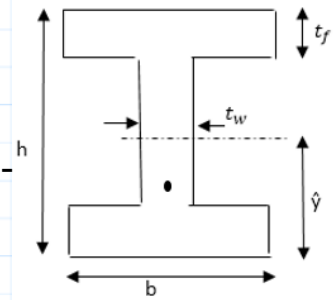
Trazado de vista cara superior:



Trazado de vista cara inferior:



## 8) TRAZADO CARAS SUPERIOR E INFERIOR - SECCIÓN I- PARABOLAS ENTERAS



### 8.1 Datos de la sección:

$h := 75 \text{ cm}$  :peralte       $h' := 7 \text{ cm}$  :Recubrimientos       $L = 12 \text{ m}$  :Luz de viga  
 $b := 70 \text{ cm}$  :ancho patines       $b' := 5 \text{ cm}$

$t_w := 35 \text{ cm}$  : espesor del alma

$t_f := 15 \text{ cm}$  : espesor del ala/patín

$$A_c := (2 \cdot t_f \cdot b) + t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f) = 3675 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perim} := 2 \cdot b + 2 \cdot t_f + 2 \cdot (h - 2 \cdot t_f) + 2 \cdot (b - t_w) = 330 \text{ cm}$$

$e_x := 50 \text{ cm}$  :Brazo de torsión

$P_{ext} := 30000 \text{ kg}$  :Carga puntual externa aplicada a una distancia  $e_x$  del centro de la viga

$$q_{ext} := \frac{P_{ext}}{L} = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

:Carga actuante en un extremo de la viga a lo largo de su longitud para producir torsion

$$M_{tu} := q_{ext} \cdot e_x \cdot L = 15000 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

:Momento isostatico de torsion

$$bt := h - 2 \cdot h' = 61 \text{ cm}$$

:Brazo de palanca entre cables de torsión

$$\text{Ampl} := b - 2 \cdot b' = 60 \text{ cm}$$

:Amplitud/ancho para trazar las parábolas

### 8.2 Tipo Acero de preesfuerzo: "Acero de 7 torones de 0.6 pulgadas"

$$f_{pu} = 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$A := 1.387 \text{ cm}^2$  :Area de 1 cable (7 torones)

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$\#cables := 2$

$$A_p := \#cables \cdot A = 2.774 \text{ cm}^2$$

:Area total del acero usado:



### 8.3 Resistencia a Torsión del hormigón

$$f'_c := 400 \frac{kg}{cm^2}$$

$$A_{cp} := A_c = 3675 \text{ cm}^2$$

$$P_{cp} := Perim = 330 \text{ cm}$$

:Area de sección transversal

:Perímetro de sección transversal

$$T_{cr} := 4 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{lb}{in^2}} \cdot \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} = 753512.447 \text{ lb} \cdot in$$

$$\therefore T_{cr} = 8681 \text{ kg} \cdot m$$

:Momento torsor de agrietamiento

$M_{tu}$  final restando la contribución del hormigón:

$$M_{tu} := M_{tu1} - T_{cr} = 6319 \text{ kg} \cdot m$$

### 8.4 Ecuacion del trazado y de la fuerza P de pretensado requerida:

$$P := \frac{-M_{tu} \cdot L}{8 \cdot (h - 2 \cdot h') \cdot (b - 2 \cdot b')} = -25895.9 \text{ kg}$$

:Fuerza de tensado necesaria en el cable, luego de haber restado perdidas

$$\therefore P_f := 1.10 \cdot P = -28485 \text{ kg}$$

:Fuerza P final necesaria considerando que habra un 10% de perdidas instantáneas

$$\therefore f_{pi} := \frac{P_f}{A_p} = -10269 \frac{kg}{cm^2}$$

:Esfuerzo inicial de tensado necesario, luego de haber restado las perdidas instantaneas

$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot L \cdot P \cdot (h - 2 \cdot h')} \cdot x^2 + \frac{4 \cdot (b - 2 \cdot b') \cdot x}{L} - b + b' \right)$$

:Ecuación final del trazado, para las caras superior e inferior

$$z(0 \text{ m}) = -65 \text{ cm}$$

$$z(L) = -65 \text{ cm}$$

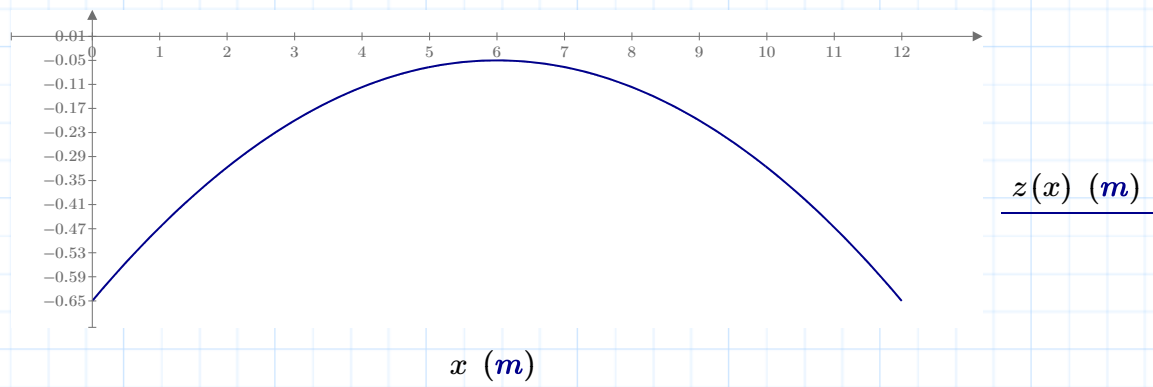
$$z(0.5 \cdot L) = -5 \text{ cm}$$

$$k1 = -0.017 \quad k2 = 0.2 \quad k3 = -0.65$$

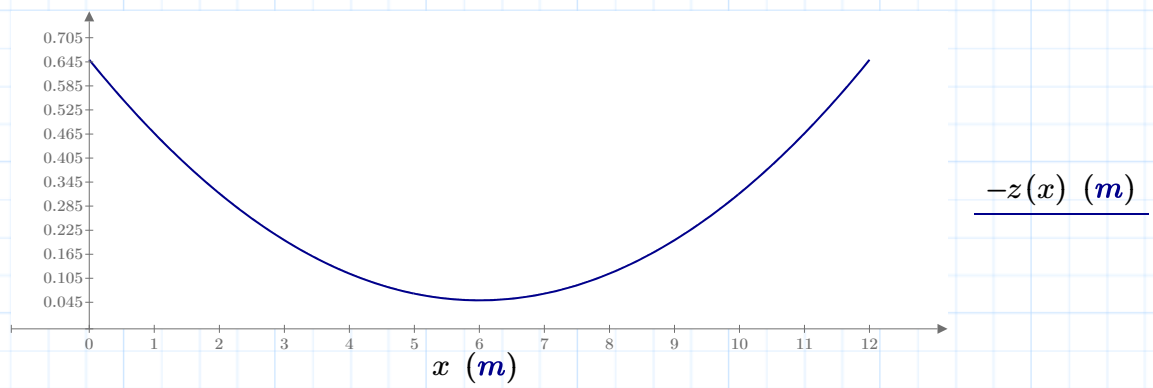
$$Z(x) := k1 \cdot x^2 + k2 \cdot x + k3$$

:Ecuacion q se forma

Trazado de vista cara superior:



Trazado de vista cara inferior:



## 9) TRAZADO VERTICAL EN LAS ALMAS-SECCIÓN DOBLE T- PARABOLAS ENTERAS

### 9.1 Datos de la sección:

$h := 65 \text{ cm}$  :peralte de viga  
doble T

$h' := 7 \text{ cm}$  :Recubrimientos  
 $b' := 5 \text{ cm}$

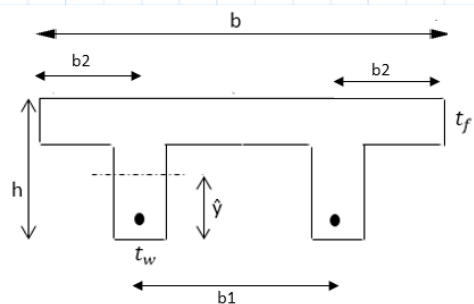
$L = 12 \text{ m}$  :Luz de viga

$b := 1.60 \text{ m}$  : ancho total de sección doble T

$t_w := 22.5 \text{ cm}$  : espesor de las almas

$b_1 := 80 \text{ cm}$  : ancho intermedio

$b_2 := 0.5 \cdot (b - b_1) = 40 \text{ cm}$  : ancho de las alas salientes





$t_f := 15 \text{ cm}$  : espesor del ala/patín

$b_{ws} := b_1 = 80 \text{ cm}$  : distancia entre cables de pretensado, igual a la distancia entre ejes de las almas de la viga doble T

$A_c := t_f \cdot b + 2 \cdot t_w \cdot (h - t_f) = 4650 \text{ cm}^2$

$Perim := b + 2 \cdot t_f + 2 \cdot t_w + b_1 + 2 \cdot (h - t_f) = 415 \text{ cm}$

$b := t_w = 22.5 \text{ cm}$  : ancho b asumido

$e_x := 50 \text{ cm}$  : Brazo de torsión

$P_{ext} := 30000 \text{ kg}$  :Carga puntual externa aplicada en el centro de la viga para luego convertirla en distribuida

$q_{ext} := \frac{P_{ext}}{L} = 25 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$  :Carga actuante en un extremo de la viga a lo largo de su longitud para producir torsion, como se mostro en la figura exterior

$M_{tu} := q_{ext} \cdot e_x \cdot L = 15000 \text{ kg} \cdot \text{m}$  :Momento isostatico de torsion

$bt := b_{ws} = 80 \text{ cm}$  :Brazo de palanca entre cables de torsión

$Ampl := h - 2 \cdot h' = 51 \text{ cm}$  :Amplitud/ancho para trazar las parábolas

## 9.2 Tipo Acero de preesfuerzo: "Acero de 7 torones de 0.6 pulgadas"

$f_{pu} = 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$A := 1.387 \text{ cm}^2$  :Area de 1 cable (7 torones)

$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$\#cables := 1$  :por cada alma

$A_p := \#cables \cdot A = 1.387 \text{ cm}^2$  :Area total del acero usado:

## 9.3 Resistencia a Torsión del hormigón

$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

$A_{cp} := A_c = 4650 \text{ cm}^2$

:Area de sección transversal

$P_{cp} := Perim = 415 \text{ cm}$

:Perímetro de sección transversal

$T_{cr} := 4 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}} \cdot \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} = 959284.644 \text{ lb} \cdot \text{in}$



$$\therefore T_{cr} = 11052 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad : \text{Momento torsor de agrietamiento}$$

$M_{tu}$  final restando la contribución del hormigón:

$$M_{tu} := M_{tu1} - T_{cr} = 3948 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

#### 9.4 Ecuacion del trazado y de la fuerza P de pretensado requerida:

$$P := \frac{-M_{tu} \cdot L}{8 \cdot b_{ws} \cdot (h - 2 h')} = -14514.1 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza de tensado necesaria en el cable, luego de haber restado perdidas}$$

$$\therefore P_f := 1.10 \cdot P = -15966 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza P final necesaria considerando que habra un 10\% de perdidas instantáneas}$$

$$\therefore f_{pi} := \frac{P_f}{A_p} = -11511 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Esfuerzo inicial de tensado necesario, luego de haber restado las perdidas instantaneas}$$

$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot L \cdot P \cdot b_{ws}} \cdot x^2 - \frac{M_{tu} \cdot x}{2 \cdot P \cdot b_{ws}} + h' \right) \quad : \text{Ecuación final del trazado, para las caras superior e inferior}$$

$$z(0 \text{ m}) = 7 \text{ cm}$$

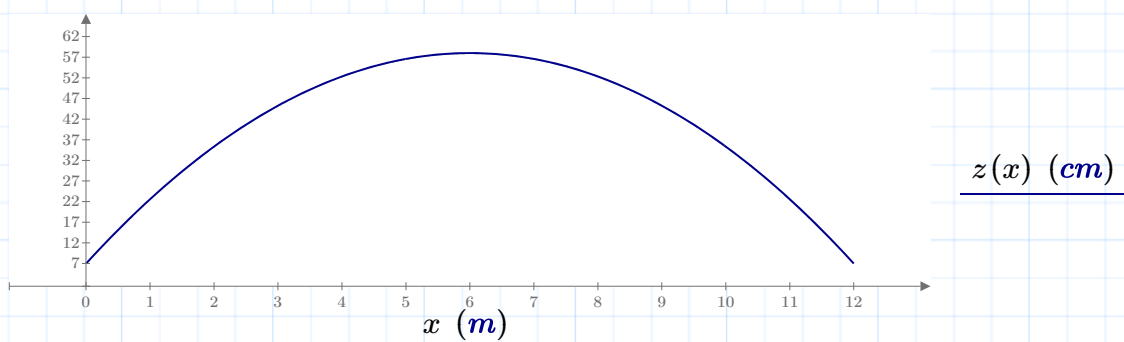
$$z(L) = 7 \text{ cm}$$

$$z(0.5 \cdot L) = 58 \text{ cm}$$

$$k1 = -0.014 \quad k2 = -0.17 \quad k3 = 0.07$$

$$Z(x) := k1 \cdot x^2 + k2 \cdot x + k3 \quad : \text{Ecuacion q se forma}$$

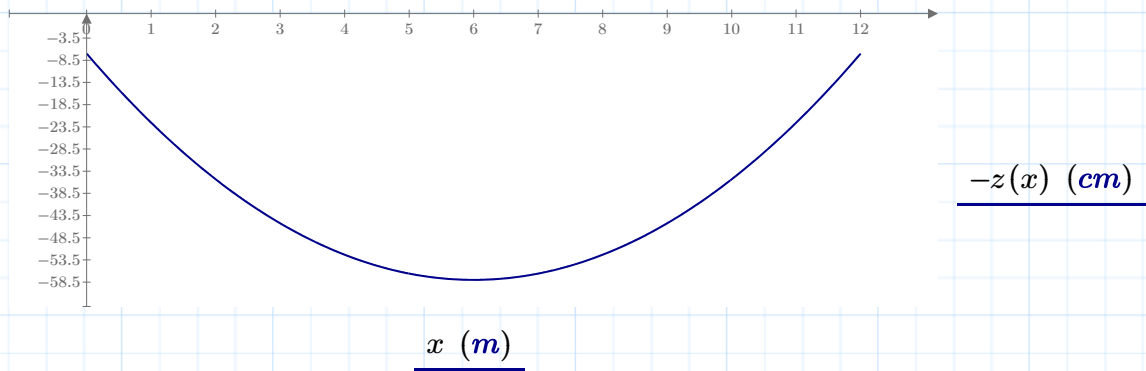
Trazado de vista cara superior:





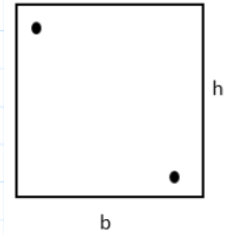


Trazado de vista cara inferior:



## ANÁLISIS CON TRAZADO ALTERNATIVO VERTICAL

### 1) SECCION RECTANGULAR - TRAZADO CARAS FRONTAL e POSTERIOR - MEDIAS PARABOLAS



#### 1.1 Datos de la sección

$$h := 65 \text{ cm}$$

$$b := 50 \text{ cm}$$

$$h' := 5 \text{ cm}$$

$$b' := 7 \text{ cm}$$

:Recubrimientos

$$L := 12 \text{ m}$$

:Luz de viga

$$e_x := 50 \text{ cm}$$

: Brazo de torsión

$$P_{ext} := 30000 \text{ kg}$$

: Carga puntual externa aplicada a una distancia  $e_x$  del centro de la viga

$$q_{ext} := \frac{P_{ext}}{L} = 25 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

: Carga actuante en un extremo de la viga a lo largo de su longitud para producir torsion

$$M_{tu1} := q_{ext} \cdot e_x \cdot L = 15000 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

: Momento isostatico de torsion

$$bt := b - 2 \cdot b' = 36 \text{ cm}$$

: Brazo de palanca entre cables de torsión

$$Ampl := h - 2 \cdot h' = 55 \text{ cm}$$

: Amplitud/ancho para trazar las parábolas

#### 1.2 Tipo Acero de preesfuerzo: "Acero de 7 torones de 0.6 pulgadas"

$$f_{pu} := 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A := 1.387 \text{ cm}^2$$

: Area de 1 cable (7 torones)

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\#cables := 8$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 11.096 \text{ cm}^2$$

: Area total del acero usado:

#### 1.3 Resistencia a Torsión del hormigón

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{cp} := h \cdot b = 3250 \text{ cm}^2$$

: Area de sección transversal

$$P_{cp} := 2 \cdot (h + b) = 230 \text{ cm}$$

: Perímetro de sección transversal

$$T_{cr} := 4 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}} \cdot \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} = 845529.12 \text{ lb} \cdot \text{in}$$



$$\therefore T_{cr} = 9742 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad : \text{Momento torsor de agrietamiento}$$

$M_{tu}$  final restando la contribución del hormigón:

$$M_{tu} := M_{tu1} - T_{cr} = 5258 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

#### 1.4 Ecuacion del trazado y de la fuerza P de pretensado requerida:

$$P := \frac{M_{tu} \cdot L}{2 \cdot (b - 2 b') \cdot (2 \cdot h' - h)} = -159347 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza de tensado necesaria en el cable, luego de haber restado perdidas}$$

$$\therefore P_f := 1.10 \cdot P = -175282 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza P final necesaria considerando que habra un 10% de perdidas instantáneas}$$

$$\therefore f_{pi} := \frac{P_f}{A_p} = -15797 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Esfuerzo inicial de tensado necesario, luego de haber restado las perdidas instantaneas}$$

$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot P \cdot L \cdot (b - 2 b')} \cdot x^2 - h' \right) \quad : \text{Ecuación final del trazado, para las caras superior e inferior solo habra que cambiarle el signo}$$

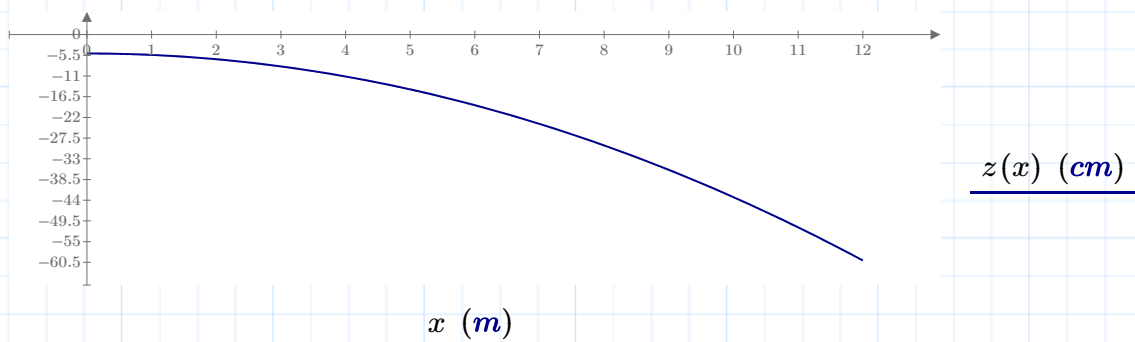
$$z(0 \text{ m}) = -5 \text{ cm}$$

$$z(L) = -60 \text{ cm}$$

$$w = -0.004 \quad w1 = -0.05$$

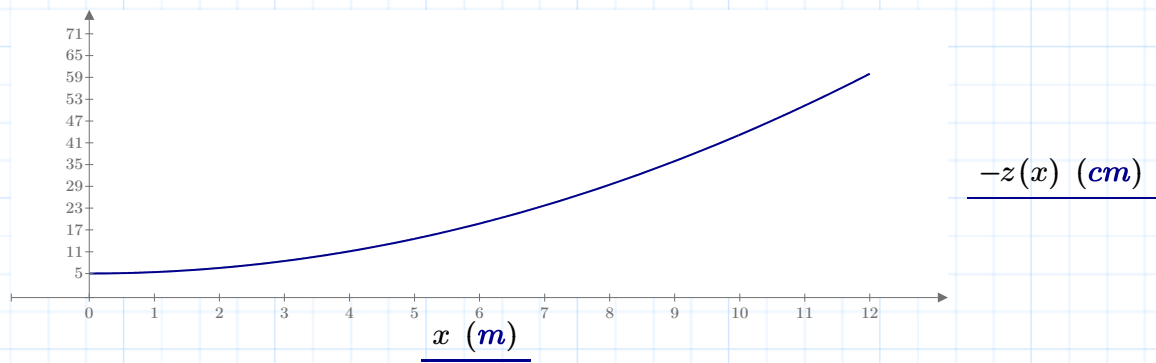
$$f(t) := w \cdot t^2 + w1 \quad : \text{Ecuacion q se forma}$$

Trazado de vista cara superior:

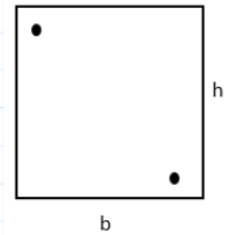




Trazado de vista cara inferior:



## 2) TRAZADO CARAS FRONTAL Y POSTERIOR - SECCIÓN RECTANGULAR- PARABOLAS ENTERAS



### 2.1 Datos de la sección

$$h := 65 \text{ cm}$$

$$b := 50 \text{ cm}$$

$$h' := 5 \text{ cm}$$

$$b' := 7 \text{ cm}$$

:Recubrimientos

$$L := 12 \text{ m}$$

:Luz de viga

$$e_x := 50 \text{ cm}$$

: Brazo de torsión

$$P_{ext} := 30000 \text{ kg}$$

:Carga puntual externa aplicada a una distancia  $e_x$  del centro de la viga

$$q_{ext} := \frac{P_{ext}}{L} = 25 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

:Carga actuante en un extremo de la viga a lo largo de su longitud para producir torsion

$$M_{tu1} := q_{ext} \cdot e_x \cdot L = 15000 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

:Momento isostatico de torsion

$$bt := b - 2 \cdot b' = 36 \text{ cm}$$

: Brazo de palanca entre cables de torsión

$$Ampl := h - 2 \cdot h' = 55 \text{ cm}$$

: Amplitud/ancho para trazar las parábolas

### 2.2 Tipo Acero de preesfuerzo: "Acero de 7 torones de 0.6 pulgadas"

$$f_{pu} := 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A := 1.387 \text{ cm}^2$$

:Area de 1 cable (7 torones)

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\#cables := 2$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 2.774 \text{ cm}^2$$

:Area total del acero usado:

### 2.3 Resistencia a Torsión del hormigón

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A_{cp} := h \cdot b = 3250 \text{ cm}^2$$

:Area de sección transversal

$$P_{cp} := 2 \cdot (h + b) = 230 \text{ cm}$$

:Perímetro de sección transversal

$$T_{cr} := 4 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{lb}}{\text{in}^2}} \cdot \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} = 845529.12 \text{ lb} \cdot \text{in}$$

$$\therefore T_{cr} = 9742 \text{ kg} \cdot \text{m} \quad : \text{Momento torsor de agrietamiento}$$

$M_{tu}$  final restando la contribución del hormigón:

$$M_{tu} := M_{tu1} - T_{cr} = 5258 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

#### 2.4 Ecuacion del trazado y de la fuerza P de pretensado requerida:

$$P := \frac{-M_{tu} \cdot L}{8 \cdot (b - 2b') \cdot (h - 2h')} = -39836.7 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza de tensado necesaria en el cable, luego de haber restado perdidas}$$

$$\therefore P_f := 1.10 \cdot P = -43820 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza P final necesaria considerando que habra un 10% de perdidas instantáneas}$$

$$\therefore f_{pi} := \frac{P_f}{A_p} = -15797 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Esfuerzo inicial de tensado necesario, luego de haber restado las perdidas instantaneas}$$

$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot L \cdot P \cdot (b - 2b')} \cdot x^2 + \frac{4(h - 2h') \cdot x}{L} - h + h' \right) \quad : \text{Ecuación final del trazado, para las caras superior e inferior}$$

$$z(0 \text{ m}) = -60 \text{ cm}$$

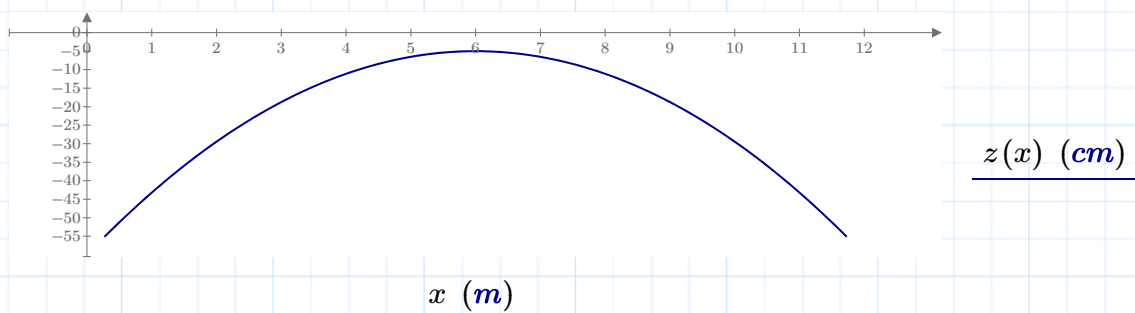
$$z(L) = -60 \text{ cm}$$

$$z(0.5 \cdot L) = -5 \text{ cm}$$

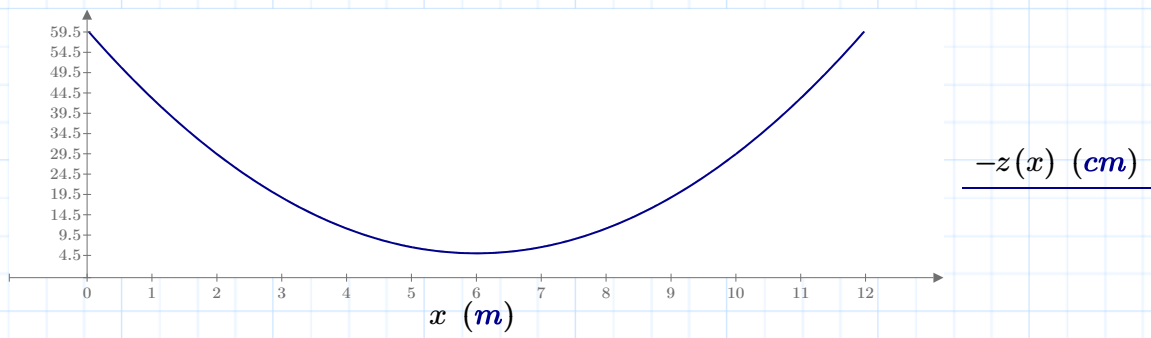
$$k1 = -0.015 \quad k2 = 0.183 \quad k3 = -0.7$$

$$Z(x) := k1 \cdot x^2 + k2 \cdot x + k3 \quad : \text{Ecuacion q se forma}$$

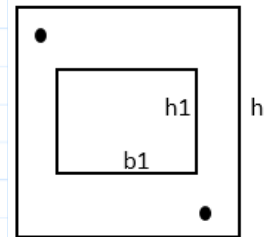
Trazado de vista cara superior:



Trazado de vista cara inferior:



#### 4) TRAZADO CARAS FRONTAL Y POSTERIOR - SECCIÓN HUECA- PARABOLAS ENTERAS



##### 4.1 Datos de la sección:

$$h := 65 \text{ cm}$$

$$b := 65 \text{ cm}$$

$$h' := 7 \text{ cm}$$

$$b' := 5 \text{ cm}$$

:Recubrimientos

$$L := 12 \text{ m}^b$$

:Luz de viga

$$e_x := 50 \text{ cm}$$

:Brazo de torsión

$$b1 := 20 \text{ cm}$$

:Parte hueca

$$h1 := 40 \text{ cm}$$

:Parte hueca

$$P_{ext} := 30000 \text{ kg}$$

:Carga puntual externa aplicada a una distancia  $e_x$  del centro de la viga

$$q_{ext} := \frac{P_{ext}}{L} = 25 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

:Carga actuante en un extremo de la viga a lo largo de su longitud para producir torsion

$$M_{tu} := q_{ext} \cdot e_x \cdot L = 15000 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

:Momento isostatico de torsion

$$bt := b - 2 \cdot b' = 55 \text{ cm}$$

:Brazo de palanca entre cables de torsión

$$Ampl := h - 2 \cdot h' = 51 \text{ cm}$$

:Amplitud/ancho para trazar las parábolas

##### 4.2 Tipo Acero de preesfuerzo: "Acero de 7 torones de 0.6 pulgadas"

$$f_{pu} = 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$A := 1.387 \text{ cm}^2$$

:Area de 1 cable (7 torones)





$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\#cables := 1$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 1.387 \text{ cm}^2 \quad \text{:Area total del acero usado:}$$

#### 4.3 Resistencia a Torsión del hormigón

$$f'_c := 400 \frac{kg}{cm^2}$$

$$A_{cp} := h \cdot b = 4225 \text{ cm}^2$$

:Area de sección transversal

$$P_{cp} := 2 \cdot (h + b) = 260 \text{ cm}$$

:Perímetro de sección transversal

$$T_{cr} := 4 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{lb}{in^2}} \cdot \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} = 1264066.035 \text{ lb} \cdot in$$

$$\therefore T_{cr} = 14564 \text{ kg} \cdot m \quad \text{:Momento torsor de agrietamiento}$$

$M_{tu}$  final restando la contribución del hormigón:

$$M_{tu} := M_{tu1} - T_{cr} = 436 \text{ kg} \cdot m$$

#### 4.4 Ecuacion del trazado y de la fuerza P de pretensado requerida:

$$P := \frac{-M_{tu} \cdot L}{8 \cdot (b - 2 \cdot b') \cdot (h - 2 \cdot h')} = -2333.6 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza de tensado necesaria en el cable, luego de haber restado perdidas}$$

$$\therefore P_f := 1.10 \cdot P = -2567 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza P final necesaria considerando que habra un 10% de perdidas instantáneas}$$

$$\therefore f_{pi} := \frac{P_f}{A_p} = -1851 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{:Esfuerzo inicial de tensado necesario, luego de haber restado las perdidas instantaneas}$$

$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot L \cdot P \cdot (b - 2 \cdot b')} \cdot x^2 + \frac{4 \cdot (h - 2 \cdot h') \cdot x}{L} - h + h' \right) \quad \text{:Ecuación final del trazado, para las caras superior e inferior}$$

$$z(0 \text{ m}) = -58 \text{ cm}$$

$$z(L) = -58 \text{ cm}$$

$$z(0.5 \cdot L) = -7 \text{ cm}$$

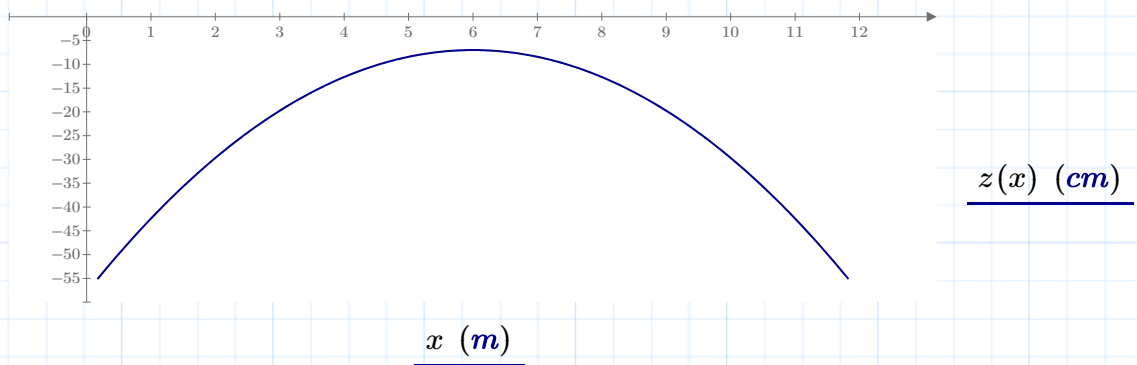
$$k1 = -0.014 \quad k3 = -0.58 \quad k3 = -0.58$$

$$Z(x) := k1 \cdot x^2 + k2 \cdot x + k3 \quad \text{:Ecuacion q se forma}$$

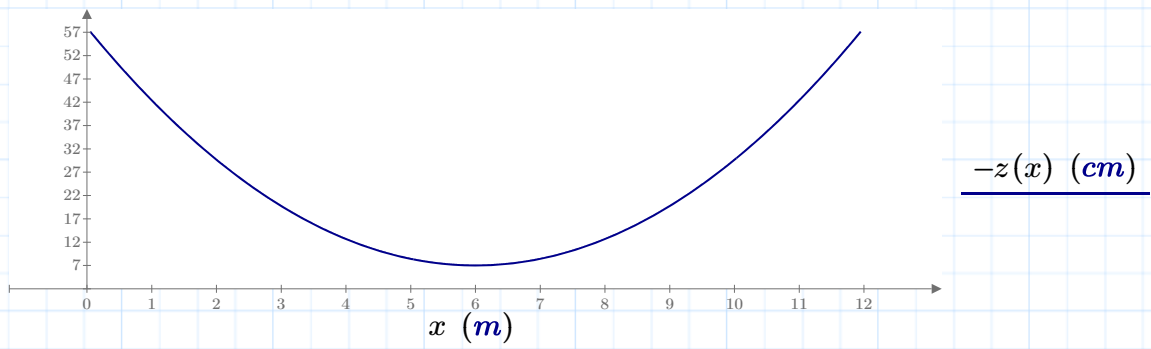
$$z(x) := \left( \frac{M_{tu}}{2 \cdot L \cdot P \cdot (b - 2 \cdot b')} \cdot x^2 - \frac{M_{tu} \cdot x}{2 \cdot P \cdot (b - 2 \cdot b')} - h + h' \right)$$

$$z(x) := \left( \frac{-4 \cdot (h - 2 \cdot h')}{L^2} \cdot x^2 + \frac{4 \cdot (h - 2 \cdot h')}{L} \cdot x - h + h' \right)$$

Trazado de vista cara superior:



Trazado de vista cara inferior:



## 2) PERDIDAS Y DEFLEXIÓN SECCIÓN HUECA (Rect)

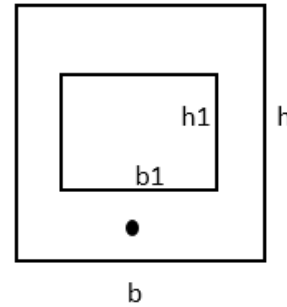
### 2.1-.introduccion de datos por el usuario

Geometria de la sección

$b := 65 \text{ cm}$  : ancho de sección  
 $h := 65 \text{ cm}$  : altura de la sección  
 $L := 12 \text{ m}$  : Logitud de la viga considerada

$b1 := 20 \text{ cm}$  : ancho de parte hueca

$h1 := 40 \text{ cm}$  : altura de parte hueca ( esta parte quedara en el centro de la sección)



$$I_x := b \cdot \frac{h^3}{12} - b1 \cdot \frac{h1^3}{12} = 1380885.417 \text{ cm}^4$$

$$A_c := b \cdot h - b1 \cdot h1 = 3425 \text{ cm}^2 \quad Pr := 2 \cdot (b + h) = 260 \text{ cm}$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 20.1 \text{ cm}$$

### 2.2 Datos para el hormigón utilizado

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de diseno del hormigón}$$

$$f'_{ci} := 350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de hormigon al cortar los cables}$$

$$\gamma := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{: Peso específico del hormigón}$$

$$E_c := 15100 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 302000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$E_{ci} := 15100 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 282495.1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

### 2.3 Datos para el acero de preesfuerzo utilizado

Tipo de cable utilizado: torones grado 270ksi con  $a = 1.387 \text{ cm}^2$

$$\therefore A := 1.387 \text{ cm}^2 \quad \text{: Area del acero de 0.6 pulgadas (ver tabla 1 de tipos de cables )}$$



$$f_{pu} := 19000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Resistencia ultima de los torones de preesfuerzo}$$

$$E_p := 2000000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Modulo Elastico del acero de preesfuerzo}$$

$$\#cables := 6 \quad : \text{Número de cables para flexión}$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 8.322 \text{ cm}^2 \quad : \text{Area total de acero de preesfuerzo}$$

$$f_{pi} := 14000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo inicial en el cable de pretensado}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$P_i := A_p \cdot f_{pi} = 116508 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza inicial de pretensado para flexión}$$

$$e := 26 \text{ cm} \quad : \text{Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo}$$

## ANÁLISIS DE PÉRDIDAS

### 1: Perdida por el acortamiento instantáneo del Hormigón

$$\varepsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007 \quad : \text{Deformación unitaria en el cable}$$

$$\delta := \frac{f_{pi} \cdot L}{E_p \cdot A_p} = \frac{f_{pi} \cdot L}{E_p \cdot A_p} = 35 \text{ cm} \quad : \text{Deformación total del cable}$$

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta_c}{L} = \frac{f_c}{E_c} = \frac{P_i}{A_c E_c} \quad f_c : \text{esfuerzo promedio del hormigon debido a } P_i$$

$$\varepsilon_c := \frac{P_i}{A_c \cdot E_c} = 0.000113 \quad : \text{Deformación unitaria en el hormigón}$$

Ahora se calcula la pérdida del cable:



$$\Delta f_{pe} = E_c \varepsilon_c = \frac{E_p * P_i}{A_c * E_c} = \frac{n * P_i}{A_c} = n * f_c$$

$$f_{cp} = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e * M_D}{I_c}$$

$$W_D := A_c * \gamma = 8.22 \frac{kg}{cm} \quad : \text{Peso propio por unidad de longitud}$$

$$ni := \frac{E_p}{E_{ci}} = 7.08 \quad : \text{Relación de módulos de elasticidad inicial (al cortar los cables)}$$

$$n := \frac{E_p}{E_c} = 6.62 \quad : \text{Relación de módulos de elasticidad inicial (al los 28 días)}$$

$$e = 26 \text{ cm} \quad : \text{distancia del C.G de la sección al centroide del cable}$$

$$M_D := W_D * \frac{L^2}{8} = 1479600 \text{ kg} \cdot \text{cm} \quad : \text{Momento flector por peso propio}$$

$$f_{cp} := \frac{-P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e * M_D}{I_x} = -63.19 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo en el hormigón a la distancia } e \text{ del cable}$$

Pérdida en acero de pretensar al momento de cortar los cables:

$$P_T := 2333.6 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza Pi de los cables de Torsión}$$

$$f_{cp1} := -2 * \frac{P_T}{A_c} = -1.363 \frac{kg}{cm^2} \quad : f_{cp1} \text{ de los cables de Torsión}$$

$$\Delta f_{pe} := \text{abs} \langle ni * (f_{cp} + f_{cp1}) \rangle = 457.04 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Pérdias considerando los cables de flexón y torsión}$$

## 2: Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas

$$\Delta f_{pa} = \varepsilon * E_p = E_p \frac{u}{L}$$

$$u := 0.65 \text{ cm} \quad : \text{valor promedio especificado por la AASHTO}$$

$$L_b = 50 \text{ m} \quad : \text{Longitud de bancada}$$

$$\Delta f_{pa} := E_p * \frac{u}{L_b} = 260 \frac{kg}{cm^2}$$

**3: Pérdida por retracción del hormigón**

$$\Delta f_{cr} = 8.2 \cdot 10^{-6} E_p \left( 1 - 0.0236 \frac{V}{S} \right) (100 - HR)$$

en lugar de usar la relacion V/S se puede usar A/P mas rapidadmente :

$HR := 70$  HR: humedad relativa ambiental (supuesta)

$$\Delta f_{cr} := 8.2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{E_p}{\text{cm}} \cdot \left( 1 - 0.0236 \cdot \frac{A_c}{Pr} \right) \cdot (100 - HR)$$

$$\Delta f_{cr} = 339 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

**4: Pérdidas por fluencia plástica del hormigón**

$$\Delta f_{cf} = C_t \frac{E_p}{E_c} f_{cp}$$

$C_u := 2.35$  :Relacion de deformaciones entre flujo plástico y la elástica instantánea, valor promedio 2.35

$t := 1825$  :dias =(5 años)

$$C_t := \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} \cdot C_u = 2.12 \quad : \text{Coeficiente de deformación plástica a la edad de } t \text{ días}$$

$$\Delta f_{cf} := \text{abs} \left( C_t \cdot \frac{E_p}{E_c} f_{cp} + f_{cp1} \right) \quad : \text{Pérdias considerando los cables de flexón y torsión}$$

$$\Delta f_{cf} = 887 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

**5: Pérdida por relajación en el acero de preesfuerzo**

$$\Delta f_R = f_{pi} * \left( \frac{\log t}{45} \right) \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right)$$

$t := t \cdot 24 = 43800$  horas =(5 años)

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$\Delta f_r := f_{pi} \cdot \left( \frac{\log(t)}{45} \right) \cdot \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right)$$



$$\Delta f_r = 386.6 \frac{kg}{cm^2}$$

\*sumando todas las perdidas para obtener el total:

$$\Delta f_{pt} := \Delta f_r + \Delta f_{cf} + \Delta f_{cr} + \Delta f_{pa} + \Delta f_{pe} = 2330 \frac{kg}{cm^2}$$

Esfuerzo inicial de pretensado

$$f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$$

$\therefore$  = "cumple rango"

" Rango de perdidas permitido segun el PCI : 1760kg/cm<sup>2</sup> y 3520 kg/cm<sup>2</sup> "

expresado en % de  $f_{pi}$  :

$$porcentj := \frac{100 \cdot \Delta f_{pt}}{f_{pi}} = 17$$

## CÁLCULO DE DEFLEXIONES:

$$\frac{L}{480} = 2.5 \text{ cm}$$

:Valor elegido de la tabla 5 de la sección 2.7 (Deflexiones) por ser el menor para luego comparar con el calculado

Posición de las fuerzas de pretensar P:

$$W := A_c \cdot \gamma = 8.22 \frac{kg}{cm} \quad \text{:Carga debida a peso propio}$$

$$Per_{in} := \Delta f_{pe} + \Delta f_{pa} = 717 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{:Pérdidas Instantáneas}$$

$$Porcj := \frac{Per_{in}}{f_{pi}} \cdot 100 = 5.1 \quad \text{:Pérdidas Instantáneas en \% (5-10)}$$

$$e = 26 \text{ cm} \quad E_{ci} = 282495.13 \frac{kg}{cm^2} \quad A_p = 8.322 \text{ cm}^2$$

$$f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$P := P_i - (Per_{in}) \cdot A_p = 110540.76 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza P neta restando las pérdidas instantáneas}$$

$$\Delta_{pp} := -\frac{5 \cdot W \cdot L^4}{384 \cdot E_{ci} \cdot I_x} = -0.57 \text{ cm} \quad \text{:Deflexión por peso propio}$$

$$\Delta_{camber} := \frac{5}{48} \cdot \frac{P \cdot e \cdot L^2}{E_{ci} \cdot I_x} = 1.105 \text{ cm} \quad \text{:Deflexión por el camber producido}$$



$$\Delta_{Tot} := \Delta_{pp} + \Delta_{camber} = 0.54 \text{ cm} \quad : \text{Deflexión por peso propio + Camber}$$

### METODO DE LOS MULTIPLICADORES PARA ESTIMAR LAS DEFLEXIONES A LARGO PLAZO:

*\*Para este elemento se analizará con los multiplicadores C1 sin losa sobre elementos pretensados, tomados de la tabla 6 del capítulo 3 sección 3.5.1*

Al izar el elemento deflexión:

$$\delta_i := 1.8 \cdot \Delta_{camber} - \text{abs}(1.85 \cdot \Delta_{pp}) = 0.94 \text{ cm} \quad : \text{Calculado con los coeficientes tomados de la tabla 6, sección 3.5.1}$$

Final o después de 5 años:

$$\delta_{final} := -\text{abs}(2.7 \cdot \Delta_{pp}) + 2.45 \cdot \Delta_{camber} - \text{abs}(3 \cdot \Delta_{pp}) = -0.54 \text{ cm} \quad : \text{Calculado con los coeficientes tomados de la tabla 6}$$

Para el 3er término de esta ecuación se considera como carga muerta sobrepuesta al peso propio del elemento

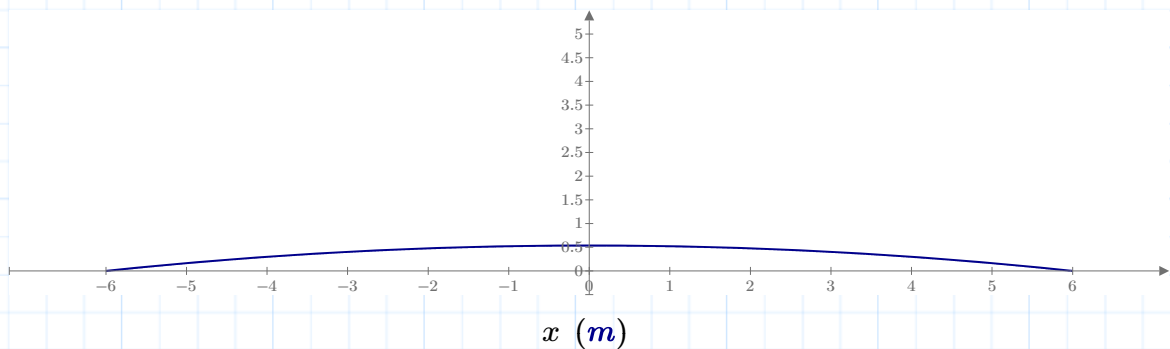
Para graficar la deflexión

$$C := -\frac{\Delta_{Tot}}{(-0.5 \cdot L)^2} = -1.49 \cdot 10^{-4} \frac{1}{m} \quad : \text{Constante de la ecuación } y = cx^2 + b$$

$$\Delta_{Tot} = 0.54 \text{ cm} \quad : \text{deflexión usada para graficar (Pp+Camber)}$$

$$f(x) := C \cdot x^2 + \Delta_{Tot}$$

### Grafico de la Deflexión de la viga por cables de flexión



$f(x)$  (cm)

$x$  (m)

### 3) PERDIDAS Y DEFLEXIÓN SECCIÓN T

#### 3.1.-introduccion de datos por el usuario

Geometria de la sección

$b := 100 \text{ cm}$  : ancho de sección  
 $h := 75 \text{ cm}$  : altura de la sección  
 $L := 12 \text{ m}$  : Logitud de la viga considerada

$t_w := 35 \text{ cm}$  : espesor del alma

$t_f := 15 \text{ cm}$  : espesor del ala/patín

$$A_c := t_f \cdot b + t_w \cdot (h - t_f) = 3600 \text{ cm}^2$$

$$\hat{y} := \frac{(t_w \cdot (h - t_f) \cdot 0.5 \cdot (h - t_f)) + b \cdot t_f \cdot (h - 0.5 \cdot t_f)}{t_w \cdot (h - t_f) + b \cdot t_f} \quad \text{: Ordenada del C.G. de la sección}$$

$$\hat{y} = 45.63 \text{ cm}$$

$$k1 := h - t_f$$

$$k2 := h - 0.5 \cdot t_f$$

$$I_x := t_w \cdot \frac{k1^3}{12} + (t_w \cdot k1) \cdot (0.5 \cdot k1 - \hat{y})^2 + b \cdot \frac{t_f^3}{12} + (b \cdot t_f) \cdot (k2 - \hat{y})^2 = 1888593.75 \text{ cm}^4$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 22.9 \text{ cm}$$

#### 3.2 Datos para el hormigón utilizado

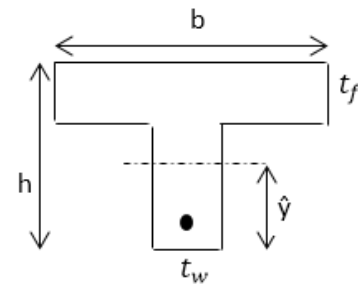
$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de diseno del hormigón}$$

$$f'_{ci} := 350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de hormigon al cortar los cables}$$

$$\gamma := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{: Peso específico del hormigón}$$

$$E_c := 15100 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 302000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$E_{ci} := 15100 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 282495.1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



**3.3 Datos para el acero de preesfuerzo utilizado**

Tipo de cable utilizado: torones grado 270ksi con  $a = 1.387 \text{ cm}^2$

$$\therefore A := 1.387 \text{ cm}^2 \quad : \text{Area del acero de 0.6 pulgadas (ver tabla 1 de tipos de cables)}$$

$$f_{pu} := 19000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Resistencia ultima de los torones de preesfuerzo}$$

$$E_p := 2000000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Modulo Elastico del acero de preesfuerzo}$$

$$\#cables := 5 \quad : \text{Número de cables para flexión}$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 6.935 \text{ cm}^2 \quad : \text{Area total de acero de preesfuerzo}$$

$$f_{pi} := 14000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Esfuerzo inicial en el cable de pretensado}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$P_i := A_p \cdot f_{pi} = 97090 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza inicial de pretensado para flexión}$$

$$\hat{y} = 45.63 \text{ cm}$$

$$e := 39 \text{ cm} \quad : \text{Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo}$$

**ANÁLISIS DE PÉRDIDAS****1: Perdida por el acortamiento instantáneo del Hormigón**

$$\varepsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007 \quad : \text{Deformación unitaria en el cable}$$

$$\delta = \frac{f_{pi} = f_p \cdot \varepsilon}{E_p \cdot A_p} = \frac{f_{pi} \cdot L}{E_p} \quad \delta := \frac{P_i \cdot L_b}{E_p \cdot A_p} = 35 \text{ cm} \quad : \text{Deformación total del cable}$$

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta_c}{L} = \frac{f_c}{E_c} = \frac{P_i}{A_c E_c} \quad f_c : \text{esfuerzo promedio del hormigon debido a } P_i$$

$$\varepsilon_c := \frac{P_i}{A_c \cdot E_c} = 0.000089 \quad : \text{Deformación unitaria en el hormigón}$$

Ahora se calcula la pérdida del cable:



$$\Delta f_{pe} = E_c \varepsilon_c = \frac{E_p * P_i}{A_c * E_c} = \frac{n * P_i}{A_c} = n * f_c$$

$$f_{cp} = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e * M_D}{I_c}$$

$$W_D := A_c * \gamma = 8.64 \frac{kg}{cm} \quad : \text{Peso propio por unidad de longitud}$$

$$ni := \frac{E_p}{E_{ci}} = 7.08 \quad : \text{Relación de módulos de elasticidad inicial (al cortar los cables)}$$

$$n := \frac{E_p}{E_c} = 6.62 \quad : \text{Relación de módulos de elasticidad inicial (al los 28 días)}$$

$$e = 39 \text{ cm} \quad : \text{distancia del C.G de la sección al centroide del cable}$$

$$M_D := W_D * \frac{L^2}{8} = 1555200 \text{ kg} \cdot \text{cm} \quad : \text{Momento flector por peso propio}$$

$$f_{cp} := \frac{-P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e * M_D}{I_x} = -73.05 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo en el hormigón a la distancia } e \text{ del cable}$$

Pérdida en acero de pretensar al momento de cortar los cables:

$$P_T := 48761 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza Pi de los cables de Torsión}$$

$$f_{cp1} := -2 * \frac{P_T}{A_c} = -27.089 \frac{kg}{cm^2} \quad : f_{cp1} \text{ de los cables de Torsión}$$

$$\Delta f_{pe} := \text{abs} \langle ni * (f_{cp} + f_{cp1}) \rangle = 708.94 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Pérdidas considerando los cables de flexión y torsión}$$

## 2: Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas

$$\Delta f_{pa} = \varepsilon * E_p = E_p \frac{u}{L}$$

$$u := 0.65 \text{ cm} \quad : \text{valor promedio especificado por la AASHTO}$$

$$L_b = 50 \text{ m} \quad : \text{Longitud de bancada}$$

$$\Delta f_{pa} := E_p * \frac{u}{L_b} = 260 \frac{kg}{cm^2}$$

## 3: Pérdida por retracción del hormigón



$$\Delta f_{cr} = 8.2 \cdot 10^{-6} E_p \left( 1 - 0.0236 \frac{V}{S} \right) (100 - HR)$$

en lugar de usar la relacion V/S se puede usar A/P mas rapidadmente :

$HR := 70$  HR: humedad relativa ambiental (supuesta)

$$\Delta f_{cr} := 8.2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{E_p}{cm} \cdot \left( 1 - 0.0236 \cdot \frac{A_c}{Pr} \right) \cdot (100 - HR)$$

$$\Delta f_{cr} = 331.2 \frac{kg}{cm^2}$$

#### 4: Pérdidas por fluencia plástica del hormigón

$$\Delta f_{cf} = C_t \frac{E_p}{E_c} f_{cp}$$

$C_u := 2.35$  :Relacion de deformaciones entre flujo plástico y la elástica instantánea, valor promedio 2.35

$t := 1825$  :dias =(5 años)

$$C_t := \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} \cdot C_u = 2.12 \quad : \text{Coeficiente de deformación plástica a la edad de } t \text{ días}$$

$$\Delta f_{cf} := \text{abs} \left( C_t \cdot \frac{E_p}{E_c} f_{cp} + f_{cp1} \right) \quad : \text{Pérdias considerando los cables de flexón y torsión}$$

$$\Delta f_{cf} = 1050.82 \frac{kg}{cm^2}$$

#### 5: Pérdida por relajación en el acero de preesfuerzo

$$\Delta f_R = f_{pi} * \left( \frac{\log t}{45} \right) \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right)$$

$$t := t \cdot 24 = 43800 \text{ horas} = (5 \text{ años})$$

$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$\Delta f_r := f_{pi} \cdot \left( \frac{\log(t)}{45} \right) \cdot \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right)$$

$$\Delta f_r = 386.6 \frac{kg}{cm^2}$$



\*sumando todas las perdidas para obtener el total:

$$\Delta f_{pt} := \Delta f_{fr} + \Delta f_{cf} + \Delta f_{cr} + \Delta f_{pa} + \Delta f_{pe} = 2738 \frac{kg}{cm^2}$$

Esfuerzo inicial de pretensado

$$f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$$

$\therefore$  = "cumple rango"

" Rango de perdidas permitido segun el PCI : 1760kg/cm<sup>2</sup> y 3520 kg/cm<sup>2</sup> "

expresado en % de  $f_{pi}$  :

$$porcentj := \frac{100 \cdot \Delta f_{pt}}{f_{pi}} = 20$$

## CÁLCULO DE DEFLEXIONES:

$$\frac{L}{480} = 2.5 \text{ cm}$$

:Valor elegido de la tabla 5 de la sección 2.7 (Deflexiones) por ser el menor para luego comparar con el calculado

**Posición de las fuerzas de pretensar P:**

$$W := A_c \cdot \gamma = 8.64 \frac{kg}{cm} \quad \text{:Carga debida a peso propio}$$

$$Per_{in} := \Delta f_{pe} + \Delta f_{pa} = 968.9 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{:Pérdidas Instantáneas}$$

$$Porcj := \frac{Per_{in}}{f_{pi}} \cdot 100 = 6.9 \quad \text{:Pérdidas Instantáneas en \% (5-10)}$$

$$e = 39 \text{ cm} \quad E_{ci} = 282495.13 \frac{kg}{cm^2} \quad A_p = 6.935 \text{ cm}^2$$

$$f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$P := P_i - (Per_{in}) \cdot A_p = 90370.4 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza P neta restando las pérdidas instantáneas}$$

$$\Delta_{pp} := -\frac{5 \cdot W \cdot L^4}{384 \cdot E_{ci} \cdot I_x} = -0.44 \text{ cm} \quad \text{:Deflexión por peso propio}$$

$$\Delta_{camber} := \frac{5}{48} \cdot \frac{P \cdot e \cdot L^2}{E_{ci} \cdot I_x} = 0.991 \text{ cm} \quad \text{:Deflexión por el camber producido}$$

$$\Delta_{Tot} := \Delta_{pp} + \Delta_{camber} = 0.55 \text{ cm} \quad \text{:Deflexión por peso propio + Camber}$$

## METODO DE LOS MULTIPLICADORES PARA ESTIMAR LAS DEFLEXIONES A LARGO PLAZO:

*\*Para este elemento se analizará con los multiplicadores C1 sin losa sobre elementos pretensados, tomados de la tabla 6 del capítulo 3 sección 3.5.1*

Al izar el elemento deflexión:

$$\delta_i := 1.8 \cdot \Delta_{camber} - \text{abs}(1.85 \cdot \Delta_{pp}) = 0.97 \text{ cm} \quad \text{:Calculado con los coeficientes tomados de la tabla 6, sección 3.5.1}$$

Final o después de 5 años:

$$\delta_{final} := -\text{abs}(2.7 \cdot \Delta_{pp}) + 2.45 \cdot \Delta_{camber} - \text{abs}(3 \cdot \Delta_{pp}) = -0.06 \text{ cm} \quad \text{:Calculado con los coeficientes tomados de la tabla 6}$$

Para el 3er termino de esta ecuacion se considera como carga muerta sobrepuesta al peso propio del elemento

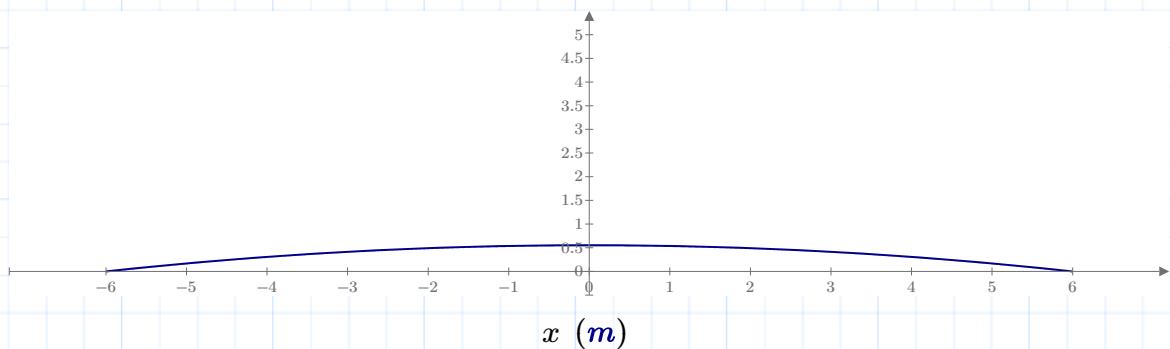
Para graficar la deflexión

$$C := -\frac{\Delta_{Tot}}{(-0.5 \cdot L)^2} = -1.54 \cdot 10^{-4} \frac{1}{m} \quad \text{:Constante de la ecuacion } y=cx^2+b$$

$$\Delta_{Tot} = 0.55 \text{ cm} \quad \text{:deflexion usada para graficar(Pp+Camber)}$$

$$f(x) := C \cdot x^2 + \Delta_{Tot}$$

Grafico de la Deflexión de la viga por cables de flexión



$f(x)$  (cm)

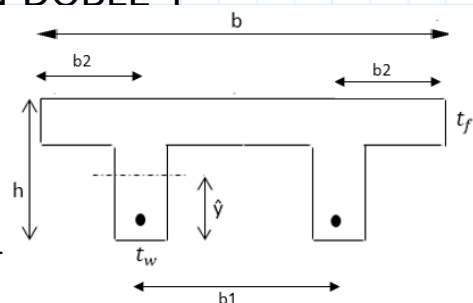
## 4) PERDIDAS Y DEFLEXIÓN SECCIÓN DOBLE T

### 4.1.-introduccion de datos por el usuario

Geometria de la sección

$$\begin{aligned} b &:= 1.60 \text{ m} && \text{: ancho total de sección doble T} \\ h &:= 65 \text{ cm} && \text{: altura de la sección doble} \\ L &:= 12 \text{ m} && \text{: Longitud de la viga considerada} \\ b_1 &:= 80 \text{ cm} && \text{: ancho de las alas salientes} \end{aligned}$$

$$b_2 := 0.5 \cdot (b - b_1) = 40 \text{ cm} \quad \text{: ancho intermedio}$$







$$t_w := 22.5 \text{ cm} : \text{espesor de las almas}$$

$$t_f := 15 \text{ cm} : \text{espesor del ala/patín}$$

$$A_c := t_f \cdot b + 2 \cdot t_w \cdot (h - t_f) = 4650 \text{ cm}^2$$

$$\hat{y} := \frac{(2 \cdot t_w \cdot (h - t_f) \cdot 0.5 \cdot (h - t_f)) + b \cdot t_f \cdot (h - 0.5 \cdot t_f)}{t_w \cdot 2 \cdot (h - t_f) + b \cdot t_f} : \text{Ordenada del C.G. de la sección}$$

$$\hat{y} = 41.7741935 \text{ cm}$$

$$k1 := h - t_f$$

$$k2 := h - 0.5 \cdot t_f$$

$$I_x := 2 \cdot \left( t_w \cdot \frac{k1^3}{12} \right) + 2 \cdot (t_w \cdot k1) \cdot (0.5 \cdot k1 - \hat{y})^2 + b \cdot \frac{t_f^3}{12} + (b \cdot t_f) \cdot (k2 - \hat{y})^2 = 1740362.9 \text{ cm}^4$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 19.3 \text{ cm}$$

#### 4.2 Datos para el hormigón utilizado

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} : \text{Resistencia de diseno del hormigón}$$

$$f'_{ci} := 350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} : \text{Resistencia de hormigon al cortar los cables}$$

$$\gamma := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} : \text{Peso especifico del hormigón}$$

$$E_c := 15100 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 302000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$E_{ci} := 15100 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 282495.1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

#### 4.3 Datos para el acero de preesfuerzo utilizado

Tipo de cable utilizado: torones grado 270ksi con  $a = 1.387 \text{ cm}^2$

$$\therefore A := 1.387 \text{ cm}^2 : \text{Area del acero de 0.6 pulgadas (ver tabla 1 de tipos de cables)}$$



$$f_{pu} := 19000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Resistencia ultima de los torones de preesfuerzo}$$

$$E_p := 2000000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Modulo Elastico del acero de preesfuerzo}$$

"El numero de caables debe ser par para que se distribuya uniformemente en las 2 almas"

$$\#cables := 6 \quad : \text{Número de cables para flexión}$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 8.322 \text{ cm}^2 \quad : \text{Area total de acero de preesfuerzo}$$

$$f_{pi} := 14000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo inicial en el cable de pretensado}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$P_i := A_p \cdot f_{pi} = 116508 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza inicial de pretensado para flexión}$$

$$\varepsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007$$

$$\hat{y} = 41.7741935 \text{ cm}$$

$$e := 35 \text{ cm} \quad : \text{Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo}$$

## ANÁLISIS DE PÉRDIDAS

### 1: Perdida por el acortamiento instantáneo del Hormigón

$$\varepsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007 \quad : \text{Deformación unitaria en el cable}$$

$$\delta = \frac{f_{pi} \cdot L}{E_p \cdot A_p} = \frac{f_{pi} \cdot L}{E_p \cdot A_p} \quad \delta := \frac{P_i \cdot L_b}{E_p \cdot A_p} = 35 \text{ cm} \quad : \text{Deformación total del cable}$$

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta_c}{L} = \frac{f_c}{E_c} = \frac{P_i}{A_c E_c} \quad f_c : \text{esfuerzo promedio del hormigón debido a } P_i$$

$$\varepsilon_c := \frac{P_i}{A_c \cdot E_c} = 0.000083 \quad : \text{Deformación unitaria en el hormigón}$$



Ahora se calcula la pérdida del cable:

$$\Delta f_{pe} = E_c \varepsilon_c = \frac{E_p * P_i}{A_c * E_c} = \frac{n * P_i}{A_c} = n * f_c$$

$$f_{cp} = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e * M_D}{I_c}$$

$$W_D := A_c * \gamma = 11.16 \frac{kg}{cm} \quad \text{:Peso propio por unidad de longitud}$$

$$n_i := \frac{E_p}{E_{ci}} = 7.08 \quad \text{:Relación de módulos de elasticidad inicial (al cortar los cables)}$$

$$n := \frac{E_p}{E_c} = 6.62 \quad \text{:Relación de módulos de elasticidad inicial (al los 28 días)}$$

$$e = 35 \text{ cm} \quad \text{:distancia del C.G de la sección al centroide del cable}$$

$$M_D := W_D * \frac{L^2}{8} = 2008800 \text{ kg} \cdot \text{cm} \quad \text{:Momento flector por peso propio}$$

$$f_{cp} := \frac{-P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e * M_D}{I_x} = -66.66 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{:Esfuerzo en el hormigón a la distancia } e \text{ del cable}$$

Pérdida en acero de pretensar al momento de cortar los cables:

$$P_T := 14514.1 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza Pi de los cables de Torsión}$$

$$f_{cp1} := -2 * \frac{P_T}{A_c} = -6.243 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{:} f_{cp1} \text{ de los cables de Torsión}$$

$$\Delta f_{pe} := \text{abs} \left( n_i * (f_{cp} + f_{cp1}) \right) = 516.16 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{:Pérdias considerando los cables de flexón y torsión}$$

## 2: Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas

$$\Delta f_{pa} = \varepsilon * E_p = E_p \frac{u}{L}$$

$$u := 0.65 \text{ cm} \quad \text{:valor promedio especificado por la AASHTO}$$

$$L_b = 50 \text{ m} \quad \text{: Longitud de bancada}$$

$$\Delta f_{pa} := E_p * \frac{u}{L_b} = 260 \frac{kg}{cm^2}$$

**3: Pérdida por retracción del hormigón**

$$\Delta f_{cr} = 8.2 \cdot 10^{-6} E_p \left( 1 - 0.0236 \frac{V}{S} \right) (100 - HR)$$

en lugar de usar la relacion V/S se puede usar A/P mas rapidadmente :

$HR := 70$  HR: humedad relativa ambiental (supuesta)

$$\Delta f_{cr} := 8.2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{E_p}{cm} \cdot \left( 1 - 0.0236 \cdot \frac{A_c}{Pr} \right) \cdot (100 - HR)$$

$$\Delta f_{cr} = 284.3 \frac{kg}{cm^2}$$

**4: Pérdidas por fluencia plástica del hormigón**

$$\Delta f_{cf} = C_t \frac{E_p}{E_c} f_{cp}$$

$C_u := 2.35$  :Relacion de deformaciones entre flujo plástico y la elástica instantánea, valor promedio 2.35

$t := 1825$  :dias =(5 años)

$$C_t := \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} \cdot C_u = 2.12 \quad : \text{Coeficiente de deformación plástica a la edad de } t \text{ días}$$

$$\Delta f_{cf} := \text{abs} \left( C_t \cdot \frac{E_p}{E_c} f_{cp} + f_{cp1} \right) \quad : \text{Pérdias considerando los cables de flexón y torsión}$$

$$\Delta f_{cf} = 940.52 \frac{kg}{cm^2}$$

**5: Pérdida por relajación en el acero de preesfuerzo**

$$\Delta f_R = f_{pi} * \left( \frac{\log t}{45} \right) \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right)$$

$t := t \cdot 24 = 43800$  horas =(5 años)

$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$\Delta f_r := f_{pi} \cdot \left( \frac{\log(t)}{45} \right) \cdot \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right)$$



$$\Delta f_r = 386.6 \frac{kg}{cm^2}$$

\*sumando todas las perdidas para obtener el total:

$$\Delta f_{pt} := \Delta f_r + \Delta f_{cf} + \Delta f_{cr} + \Delta f_{pa} + \Delta f_{pe} = 2388 \frac{kg}{cm^2}$$

Esfuerzo inicial de pretensado

$$f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$$

$\therefore$  = "cumple rango"

" Rango de perdidas permitido segun el PCI : 1760kg/cm2 y 3520 kg/cm2 "

expresado en % de  $f_{pi}$  :

$$porcentj := \frac{100 \cdot \Delta f_{pt}}{f_{pi}} = 17$$

## CÁLCULO DE DEFLEXIONES:

$$\frac{L}{480} = 2.5 \text{ cm}$$

:Valor elegido de la tabla 5 de la sección 2.7 (Deflexiones) por ser el menor para luego comparar con el calculado

Posición de las fuerzas de pretensar P:

$$W := A_c \cdot \gamma = 11.16 \frac{kg}{cm} \quad \text{:Carga debida a peso propio}$$

$$Per_{in} := \Delta f_{pe} + \Delta f_{pa} = 776.2 \frac{kg}{cm^2} \quad \text{:Pérdidas Instantáneas}$$

$$Porcj := \frac{Per_{in}}{f_{pi}} \cdot 100 = 5.5 \quad \text{:Pérdidas Instantáneas en \% (5-10)}$$

$$e = 35 \text{ cm} \quad E_{ci} = 282495.13 \frac{kg}{cm^2} \quad A_p = 8.322 \text{ cm}^2$$

$$f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$P := P_i - (Per_{in}) \cdot A_p = 110048.77 \text{ kg} \quad \text{:Fuerza P neta restando las pérdidas instantáneas}$$

$$\Delta_{pp} := -\frac{5 \cdot W \cdot L^4}{384 \cdot E_{ci} \cdot I_x} = -0.61 \text{ cm} \quad \text{:Deflexión por peso propio}$$

$$\Delta_{camber} := \frac{5}{48} \cdot \frac{P \cdot e \cdot L^2}{E_{ci} \cdot I_x} = 1.175 \text{ cm} \quad \text{:Deflexión por el camber producido}$$

$$\Delta_{Tot} := \Delta_{pp} + \Delta_{camber} = 0.56 \text{ cm} \quad : \text{Deflexión por peso propio + Camber}$$

### METODO DE LOS MULTIPLICADORES PARA ESTIMAR LAS DEFLEXIONES A LARGO PLAZO:

*\*Para este elemento se analizará con los multiplicadores C1 sin losa sobre elementos pretensados, tomados de la tabla 6 del capítulo 3 sección 3.5.1*

Al izar el elemento deflexión:

$$\delta_i := 1.8 \cdot \Delta_{camber} - \text{abs}(1.85 \cdot \Delta_{pp}) = 0.98 \text{ cm} \quad : \text{Calculado con los coeficientes tomados de la tabla 6, sección 3.5.1}$$

Final o después de 5 años:

$$\delta_{final} := -\text{abs}(2.7 \cdot \Delta_{pp}) + 2.45 \cdot \Delta_{camber} - \text{abs}(3 \cdot \Delta_{pp}) = -0.61 \text{ cm} \quad : \text{Calculado con los coeficientes tomados de la tabla 6}$$

Para el 3er término de esta ecuación se considera como carga muerta sobrepuesta al peso propio del elemento

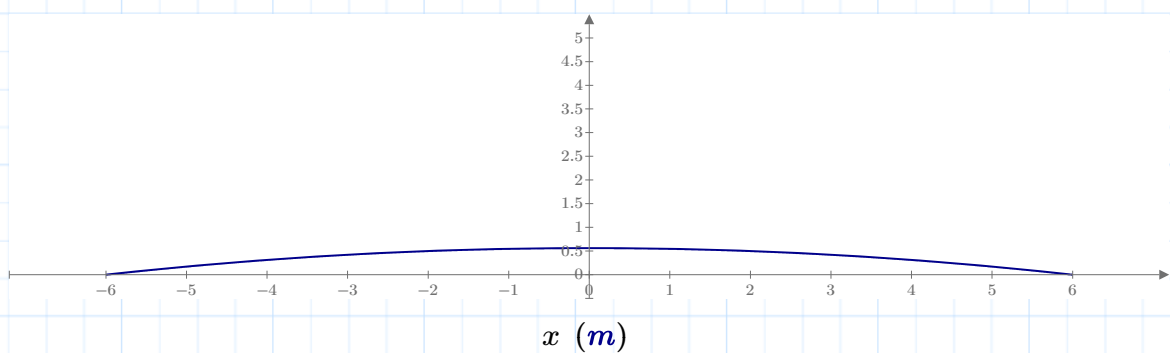
Para graficar la deflexión

$$C := -\frac{\Delta_{Tot}}{(-0.5 \cdot L)^2} = -1.56 \cdot 10^{-4} \frac{1}{m} \quad : \text{Constante de la ecuación } y = cx^2 + b$$

$$\Delta_{Tot} = 0.56 \text{ cm} \quad : \text{Deflexión usada para graficar (Pp + Camber)}$$

$$f(x) := C \cdot x^2 + \Delta_{Tot}$$

### Grafico de la Deflexión de la viga por cables de flexión



## 5) PERDIDAS Y DEFLEXIÓN SECCIÓN I

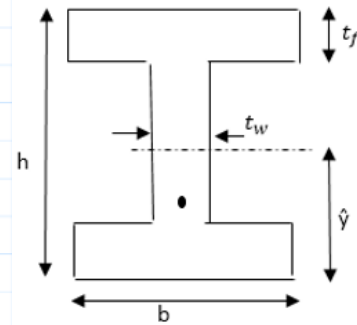
### 5.1-introduccion de datos por el usuario

Geometria de la sección

$b := 70 \text{ cm}$  : ancho de sección I  
 $h := 75 \text{ cm}$  : altura de la sección I  
 $L := 12 \text{ m}$  : Logitud de la viga considerada

$t_w := 35 \text{ cm}$  : espesor del alma

$t_f := 15 \text{ cm}$  : espesor del ala/patín



$$A_c := (2 \cdot t_f \cdot b) + t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f) = 3675 \text{ cm}^2$$

$$\hat{y} := \frac{b \cdot t_f \cdot 0.5 \cdot t_f + t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot (t_f + 0.5 \cdot (h - 2 \cdot t_f)) + b \cdot t_f \cdot (h - 0.5 \cdot t_f)}{t_w \cdot (h - 2 \cdot t_f) + 2 \cdot b \cdot t_f} \quad \text{: Ordenada del C.G. de la sección}$$

$$\therefore \hat{y} = 37.5 \text{ cm}$$

$$k1 := h - 2 \cdot t_f$$

$$k2 := h - 0.5 \cdot t_f$$

$$I_x := 2 \cdot b \cdot \frac{t_f^3}{12} + b \cdot t_f \cdot (0.5 \cdot t_f - \hat{y})^2 + t_w \cdot \frac{k1^3}{12} + t_w \cdot k1 \cdot (t_f + 0.5 \cdot k1 - \hat{y})^2 + b \cdot t_f \cdot (k2 - \hat{y})^2$$

$$\therefore I_x = 2195156.25 \text{ cm}^4$$

$$r := \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} = 24.4 \text{ cm}$$

### 5.2 Datos para el hormigón utilizado

$$f'_c := 400 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de diseno del hormigón}$$

$$f'_{ci} := 350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{: Resistencia de hormigon al cortar los cables}$$

$$\gamma := 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{: Peso especifico del hormigón}$$

$$E_c := 15100 \cdot \sqrt{f'_c \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} = 302000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$



$$E_{ci} := 15100 \cdot \sqrt{f'_{ci} \cdot \frac{kg}{cm^2}} = 282495.1 \frac{kg}{cm^2}$$

### 5.3 Datos para el acero de preesfuerzo utilizado

Tipo de cable utilizado: torones grado 270ksi con  $a = 1.387cm^2$

$$\therefore A := 1.387 \frac{cm^2}{cm^2} \quad : \text{Area del acero de 0.6 pulgadas (ver tabla 1 de tipos de cables)}$$

$$f_{pu} := 19000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Resistencia ultima de los torones de preesfuerzo}$$

$$E_p := 2000000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Modulo Elastico del acero de preesfuerzo}$$

$$\#cables := 5 \quad : \text{Número de cables para flexión}$$

$$A_p := \#cables \cdot A = 6.935 \frac{cm^2}{cm^2} \quad : \text{Area total de acero de preesfuerzo}$$

$$f_{pi} := 14000 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo inicial en el cable de pretensado}$$

$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2} \quad : \text{Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$P_i := A_p \cdot f_{pi} = 97090 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza inicial de pretensado para flexión}$$

$$\varepsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007$$

$$\hat{y} = 37.5 \text{ cm}$$

$$e := 31 \text{ cm} \quad : \text{Distancia del eje neutro de la sección al centroide del acero de preesfuerzo}$$

## ANÁLISIS DE PÉRDIDAS

### 1: Perdida por el acortamiento instantáneo del Hormigón

$$\varepsilon := \frac{f_{pi}}{E_p} = 0.007 \quad : \text{Deformación unitaria en el cable}$$

$$\delta = \frac{f_{pi} \cdot L}{E_p \cdot A_p} = \frac{f_{pi} \cdot L}{E_p \cdot A_p} \quad \delta := \frac{P_i \cdot L_b}{E_p \cdot A_p} = 35 \text{ cm} \quad : \text{Deformación total del cable}$$



$$\varepsilon_c = \frac{\Delta_c}{L} = \frac{f_c}{E_c} = \frac{P_i}{A_c E_c} \quad f_c : \text{esfuerzo promedio del hormigón debido a } P_i$$

$$\varepsilon_c := \frac{P_i}{A_c \cdot E_c} = 0.000087 \quad : \text{Deformación unitaria en el hormigón}$$

Ahora se calcula la pérdida del cable:

$$\Delta f_{pe} = E_c \varepsilon_c = \frac{E_p \cdot P_i}{A_c \cdot E_c} = \frac{n \cdot P_i}{A_c} = n \cdot f_c$$

$$f_{cp} = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e \cdot M_D}{I_c}$$

$$W_D := A_c \cdot \gamma = 8.82 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \quad : \text{Peso propio por unidad de longitud}$$

$$ni := \frac{E_p}{E_{ci}} = 7.08 \quad : \text{Relación de módulos de elasticidad inicial (al cortar los cables)}$$

$$n := \frac{E_p}{E_c} = 6.62 \quad : \text{Relación de módulos de elasticidad inicial (al los 28 días)}$$

$$e = 31 \text{ cm} \quad : \text{distancia del C.G de la sección al centroide del cable}$$

$$M_D := W_D \cdot \frac{L^2}{8} = 1587600 \text{ kg} \cdot \text{cm} \quad : \text{Momento flector por peso propio}$$

$$f_{cp} := \frac{-P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{e \cdot M_D}{I_x} = -46.5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Esfuerzo en el hormigón a la distancia } e \text{ del cable}$$

Pérdida en acero de pretensar al momento de cortar los cables:

$$P_T := 25895.9 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza Pi de los cables de Torsión}$$

$$f_{cp1} := -2 \cdot \frac{P_T}{A_c} = -14.093 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : f_{cp1} \text{ de los cables de Torsión}$$

$$\Delta f_{pe} := \text{abs} \left( ni \cdot (f_{cp} + f_{cp1}) \right) = 429.01 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad : \text{Pérdias considerando los cables de flexón y torsión}$$

2: Pérdida por corrimiento y ajuste de cuñas

$$\Delta f_{pa} = \varepsilon \cdot E_p = E_p \frac{u}{L}$$



$u := 0.65 \text{ cm}$  :valor promedio especificado por la AASHTO

$L_b = 50 \text{ m}$  : Longitud de bancada

$$\Delta f_{pa} := E_p \cdot \frac{u}{L_b} = 260 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

### 3: Pérdida por retracción del hormigón

$$\Delta f_{cr} = 8.2 \cdot 10^{-6} E_p \left( 1 - 0.0236 \frac{V}{S} \right) (100 - HR)$$

en lugar de usar la relacion V/S se puede usar A/P mas rapidamente :

$HR := 70$  HR: humedad relativa ambiental (supuesta)

$$\Delta f_{cr} := 8.2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{E_p}{\text{cm}} \cdot \left( 1 \text{ cm} - 0.0236 \cdot \frac{A_c}{P_r} \right) \cdot (100 - HR)$$

$$\Delta f_{cr} = 327.9 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

### 4: Pérdidas por fluencia plástica del hormigón

$$\Delta f_{cf} = C_t \frac{E_p}{E_c} f_{cp}$$

$C_u := 2.35$  :Relacion de deformaciones entre flujo plástico y la elástica instantánea, valor promedio 2.35

$t := 1825$  :dias =(5 años)

$$C_t := \frac{t^{0.60}}{10 + t^{0.60}} \cdot C_u = 2.12$$
 : Coeficiente de deformación plástica a la edad de  $t$  días

$$\Delta f_{cf} := \text{abs} \left( C_t \cdot \frac{E_p}{E_c} f_{cp} + f_{cp1} \right)$$
 :Pérdias considerando los cables de flexón y torsión

$$\Delta f_{cf} = 665.82 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

### 5: Pérdida por relajación en el acero de preesfuerzo

$$\Delta f_R = f_{pi} * \left( \frac{\log t}{45} \right) \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right)$$



$$t := t \cdot 24 = 43800 \text{ horas} = (5 \text{ años})$$

$$f_{py} := 17120 \frac{kg}{cm^2} : \text{Esfuerzo de fluencia del acero de preesfuerzo}$$

$$\Delta f_r := f_{pi} \cdot \left( \frac{\log(t)}{45} \right) \cdot \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right)$$

$$\Delta f_r = 386.6 \frac{kg}{cm^2}$$

\*sumando todas las perdidas para obtener el total:

$$\Delta f_{pt} := \Delta f_r + \Delta f_{cf} + \Delta f_{cr} + \Delta f_{pa} + \Delta f_{pe} = 2069 \frac{kg}{cm^2}$$

$$\begin{array}{l} \text{Esfuerzo inicial de} \\ \text{pretensado} \\ f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2} \end{array}$$

$\therefore$  = "cumple rango"

" Rango de perdidas permitido segun el PCI : 1760kg/cm<sup>2</sup> y 3520 kg/cm<sup>2</sup> "

$$\text{expresado en \% de } f_{pi} : \text{porcentj} := \frac{100 \cdot \Delta f_{pt}}{f_{pi}} = 15$$

## CÁLCULO DE DEFLEXIONES:

$$\frac{L}{480} = 2.5 \text{ cm}$$

:Valor elegido de la tabla 5 de la sección 2.7 (Deflexiones) por ser el menor para luego comparar con el calculado

**Posición de las fuerzas de pretensar P:**

$$W := A_c \cdot \gamma = 8.82 \frac{kg}{cm} : \text{Carga debida a peso propio}$$

$$Per_{in} := \Delta f_{pe} + \Delta f_{pa} = 689 \frac{kg}{cm^2} : \text{Pérdidas Instantáneas}$$

$$Porcj := \frac{Per_{in}}{f_{pi}} \cdot 100 = 4.9 : \text{Pérdidas Instantáneas en \% (5-10)}$$

$$e = 31 \text{ cm} \quad E_{ci} = 282495.13 \frac{kg}{cm^2} \quad A_p = 6.935 \text{ cm}^2$$

$$f_{pi} = 14000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$P := P_i - (Per_{in}) \cdot A_p = 92311.74 \text{ kg} \quad : \text{Fuerza P neta restando las pérdidas instantáneas}$$

$$\Delta_{pp} := -\frac{5 \cdot W \cdot L^4}{384 \cdot E_{ci} \cdot I_x} = -0.38 \text{ cm} \quad : \text{Deflexión por peso propio}$$

$$\Delta_{camber} := \frac{5}{48} \cdot \frac{P \cdot e \cdot L^2}{E_{ci} \cdot I_x} = 0.692 \text{ cm} \quad : \text{Deflexión por el camber producido}$$

$$\Delta_{Tot} := \Delta_{pp} + \Delta_{camber} = 0.31 \text{ cm} \quad : \text{Deflexión por peso propio + Camber}$$

### METODO DE LOS MULTIPLICADORES PARA ESTIMAR LAS DEFLEXIONES A LARGO PLAZO:

*\*Para este elemento se analizará con los multiplicadores C1 sin losa sobre elementos pretensados, tomados de la tabla 6 del capítulo 3 sección 3.5.1*

Al izar el elemento deflexión:

$$\delta_i := 1.8 \cdot \Delta_{camber} - \text{abs}(1.85 \cdot \Delta_{pp}) = 0.54 \text{ cm} \quad : \text{Calculado con los coeficientes tomados de la tabla 6, sección 3.5.1}$$

Final o después de 5 años:

$$\delta_{final} := -\text{abs}(2.7 \cdot \Delta_{pp}) + 2.45 \cdot \Delta_{camber} - \text{abs}(3 \cdot \Delta_{pp}) = -0.49 \text{ cm} \quad : \text{Calculado con los coeficientes tomados de la tabla 6}$$

Para el 3er termino de esta ecuación se considera como carga muerta sobrepuesta al peso propio del elemento

Para graficar la deflexión

$$C := -\frac{\Delta_{Tot}}{(-0.5 \cdot L)^2} = -8.56 \cdot 10^{-5} \frac{1}{m} \quad : \text{Constante de la ecuación } y = cx^2 + b$$

$$\Delta_{Tot} = 0.31 \text{ cm} \quad : \text{deflexión usada para graficar (Pp+Camber)}$$

$$f(x) := C \cdot x^2 + \Delta_{Tot}$$

### Grafico de la Deflexión de la viga por cables de flexión



$f(x)$  (cm)

$x$  (m)